

বকসালী পাঁচুলিপি এবং রীতি পেপিরাম[†]

হার্স্কুনুর রশীদ

৫৮/২ মিয়াপাড়া রোড, খুলনা

পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে ভবন নির্মাণ বা পুরুর খনন বা অনুরূপ খননকাজে ভূপঞ্চের অভ্যন্তরে প্রাচীন নগরী বা ভবনের সন্ধান পাওয়া গিয়েছে। মহেন-জো-দারো, বঙ্গড়োর মহাস্থানগড় ইত্যাদি স্থান সুপরিচিত। কিন্তু খনন কাজ করতে গিয়ে প্রাচীন ভবনের ধ্বংসাবশেষের ভিতরে কোন গ্রাহাগার বা কোন পুস্তক বা পাঁচুলিপির সন্ধান পাওয়ার খবর তেমন জানা যায়নি।

উনবিংশ শতাব্দীর কোন এক সময় ভারতবর্ষের পেশোয়ারে এবং মিশরের একটি শহরের প্রাচীন কীর্তির ধ্বংসাবশেষ থেকে কিছু পাঁচুলিপি উদ্ধার করা হয়। পেশোয়ারের বকসাল নামক স্থান থেকে উদ্ধারকৃত পাঁচুলিপিকে Baksali Manuscript বা বকসালী পাঁচুলিপি বলা হয়।

ক্ষটিশ নাগরিক A. Henry Rhind মিশরে অবস্থানকালে কিছু অতি প্রাচীন পাঁচুলিপি ক্রয় করে বিশেষজ্ঞদের দিয়ে তার মর্ম উদ্ধারের ব্যবস্থা করেন বলে ঐ পাঁচুলিপি Rhind Papyrus নামে পরিচিত।

এই দুইটি পাঁচুলিপি সম্পর্কে বেশি কিছু জানার সুযোগ আমাদের নেই। তবে যেটুকু সংগ্রহ করা সম্ভব হয়েছে, তার উপর ভিত্তি করেই রচিত হয়েছে এই নিবন্ধ।

বকসালী পাঁচুলিপি

বৈদিক যুগের পর প্রাক-মধ্যযুগীয় সময়ে গবেষণা কাজের কিছু জানা যায় বকসালী পাঁচুলিপি হতে। বৈদিক যুগ ও প্রাক-মধ্যযুগীয় গণিতের মধ্যে ধারাবাহিকতা রক্ষা করার মতো কাজ এক প্রকার হারিয়ে গিয়েছিল। তাছাড়া ভারতবর্ষ এত বিরাট দেশ, যা একটি মহাদেশের মতো। এর এক প্রান্তের গবেষণার ফল অপর প্রান্তে পৌছাতে অনেক বিলম্ব হতো; কোন কোন ক্ষেত্রে আদৌ পৌছাত না। যার ফলে গণিতবিদদের মৌলিক বিষয় হতে আরম্ভ করে উন্নত তত্ত্ব পর্যন্ত সকল স্তরে কাজ করতে হতো— এটাই প্রারম্ভিককাল হতে একটি প্রতিবন্ধকাতার মতো ছিল। বৈদিক যুগে জ্ঞানের যতটুকু বিকাশ হয়েছে, যোগাযোগের অভাব ও লেখার দ্রব্যের (কাগজ বা পাতা) অভাবই তা রক্ষণের পথে প্রধান অস্ত্রায় ছিল। এটাও জানা যায় যে, প্রাক-মধ্যযুগের গবেষণা কাজও হারিয়ে যায় এবং পরবর্তীকালের গবেষকদের নতুন করে কাজ আরম্ভ

করতে হয়। আর্যভট্টের যুগ হতে এই একই ধারা চলে। প্রথম আর্যভট্ট হতে ভাক্ষরাচার্য পর্যন্ত সময়ের ধারাবাহিকতা পাঁচুলিপির অভাবে যেমন সঠিকভাবে রক্ষিত হয়নি, বৈদিক যুগ হতে বকসালী পাঁচুলিপি রচিত হওয়া পর্যন্তও তেমনি কোন ধারাবাহিক সংযোগ সৃষ্টি হয়নি।

প্রাচীন কাজগুলো হারিয়ে যায় অথবা যারা মুখ্য করেছিলেন তাদের অনেকের মৃত্যু হয় বা অনেকে ভুলে যান। এর ফলে সকল গবেষণা কাজের বিবরণ সমাধিস্থ হয় এবং গণিতের সকল গবেষণা নতুন করে আরম্ভ করতে হয়। অবশ্য গণিতের মৌলিক বিষয়গুলো থাকলেও উন্নত মানের বিষয়গুলো হারিয়ে যায়। আর্যভট্ট, ব্রহ্মগুপ্ত, ভাক্ষর, শ্রীধর, মহাবীর এবং অন্যান্য গণিতবিদ বকসালী পাঁচুলিপি হতে গণিতের কিছু উন্নত বিষয় পুনরাবিষ্কার করেন।

মধ্যযুগে যোগাযোগ ব্যবস্থা কিছু সহজ হয়, যদিও তা যথেষ্ট নয়, তবুও বিভিন্ন গবেষকদের মধ্যে যোগাযোগ রক্ষার কিছুটা ব্যবস্থা হয়। দুর্ভাগ্যক্রমে বকসালী পাঁচুলিপির বিষয় প্রথম আর্যভট্ট এবং তার সমসাময়িক ভারতীয় গণিতবিদদের জানা ছিল না। তারা দুর্বল যোগাযোগ ব্যবস্থা হতে যতটুকু জানতে পারতেন ততটুকুই ব্যবহার করতেন। এ কারণেই পরবর্তী গণিতবিদদের সমস্যা সমাধানে কিছু মিল পরিলক্ষিত হয় এবং তাদের কাজের সঙ্গে বকসালী পাঁচুলিপিরও কিছু মিল পাওয়া যায়। আবার এমনও হতে পারে যে, তারা তাদের স্বাধীন গবেষণাপ্রস্তুত বিষয় একে অপরের কাছে প্রেরণের ব্যবস্থা করেন।

পাশ্চাত্যের কোন কোন গণিতবিদ বকসালী পাঁচুলিপির রচনাকাল নিয়ে নানা বিভাস্তুর মতামত প্রকাশ করেন। বকসালী পাঁচুলিপির ইতিহাস যতটুকু জানা যায়, তা নিম্নরূপ :

১৮৮১ সালের ১৩ আগস্ট প্রকাশিত বোম্বাই সরকারের একটি গেজেট হতে জানা যায় যে, পেশোয়ার জেলার মারদান তহশিলের বকসাল এলাকার নিকটে একটি অতিপ্রাচীন কাগজে লিখিত পাঁচুলিপি পাওয়া যায়। মারদান ও বকসালের রাস্তার পূর্বদিকে কিছু টিলা ছিল, যা হয়ত কিছু পুরাতন বসতির ধ্বংসাবশেষ; যদিও সঠিকভাবে কোন কিছু জানা যায়নি। একটি বহু পুরাতন পরিত্যক্ত বসতি এলাকায় পাথরবেষ্টিত একটি টিলার খননকাজ করার সময় একটি কালো মাটির লোটা, একটি ত্রিকোণাকার পাথর, নরম পাথরের একটি কলম ও পাথরের ভাঁজের ভিতর কিছু শুকনো খানিকটা পোড়া কাপড়ের টুকরার মতো পদার্থ পাওয়া গিয়েছিল। সংস্কৃত ও প্রাকৃত মিশ্রণে শে-কাকারে কিছু লেখা ছিল। প্রাকৃতপক্ষে পাঁচুলিপি লেখা ছিল ৭০টি বার্চপত্রে যা তখন কাগজরূপে ব্যবহৃত হতো। এগুলো লাহোরে পাঠিয়ে অর্থ উদ্ধারের চেষ্টা নেয়ার পরিকল্পনা গ্রহণ করা হয়। তবে প্রাকৃতপক্ষে এই পাঁচুলিপি কোলকাতার স্কুলসমূহের নিয়ন্ত্রক Dr. Hoernle-এর কাছে পাঠানো হয়। তিনি কিছু কিছু অংশ উদ্ধার করে অনুবাদ করেন যা

[†] প্রবন্ধটি ইতিপূর্বে খুলনা গণিত ফোরামের গণিতপত্র পঞ্চম খ^ট প্রকাশিত হয়েছে।

১৯২৭ ও ১৯৩৩ সালে প্রকাশিত হয়। প্রাপ্ত পাস্টুলিপির বৃহৎ অংশই ছিঁড়ে গিয়েছিল—যতটুকু উদ্ধার করা হয় তা ধারাবাহিকভাবে সাজিয়ে ইংরেজি ভাষায় অনুবাদ করা হয়। অনুদিত অংশ গণিত বিজ্ঞানের অগ্রগতিতে কিছুটা সাহায্য করে। পাস্টুলিপিতে উল্লিখিত তথ্য হতে দেখা যায় যে + চিহ্ন বিয়োগের প্রতীক হিসেবে ব্যবহৃত হয়েছে।

$$\text{তাই } \begin{vmatrix} 12 & 7 & + \\ 1 & 1 & \end{vmatrix} \text{ দ্বারা বোঝানো হয়েছে } \frac{12}{1} - \frac{7}{1} = 5 + \text{ চিহ্নটি উঠিয়ে দিয়ে প্রাপ্ত}$$

মিণায়কটির মানও ৫। পরবর্তীকালে এই পাস্টুলিপি ইংল্যান্ডে নেওয়া হয় এবং তা Oxford-এর Bodian Library-এর সম্পদ হয়ে রয়েছে।

পাস্টুলিপির একটি উল্লে-খ্যোগ্য বৈশিষ্ট্য এই যে, এটা আরও পুরাতন কোন পাস্টুলিপি হতে নকল করা হয়েছিল এবং সেই মূল পাস্টুলিপি খৃষ্টপূর্ব দ্বিতীয় শতাব্দী হতে খৃষ্টীয় দ্বিতীয় শতাব্দীর মধ্যে কোন এক সময় রচিত। বকসালে প্রাপ্ত পাস্টুলিপিটি মূল পাস্টুলিপি হতে খৃষ্টীয় অষ্টম শতাব্দীতে নকল করা হয়েছিল বলে মনে করা হয়।

রীত পেপিরাস

১৮৫৮ সালের শীতকালে A. Henry Rhind নামে একজন স্কটিশ পরিদ্রাজক ও প্রাচীন নির্দশন সংগ্রাহক তাঁর স্বাস্থ্য উদ্ধারের জন্য মিশরে অবস্থান করছিলেন। তখন কেন্দ্রীয় মিশরের একটি শহর হতে বৃহৎ একটি Papyrus অর্থাৎ পাতাকে কাগজরূপে ব্যবহার করে লেখা একটি ভূর্জপত্র ক্রয় করেন। ভূর্জপত্রটি প্রায় ১৮ ফুট লম্বা ও ১৩ ইঞ্চি চওড়া। মিশরের Thebes শহরের একটি প্রাচীন ভবনের ধ্বংসাবশেষের ভিতর থেকে ভূর্জপত্রটি উদ্ধার করা হয়। পত্রটি দুই খন্দে ভাগ করা ছিল এবং কিছু অংশ হারিয়ে গিয়েছিল।

এর অর্ধ শতাব্দী পরে ঐ পত্রের হারানো কিছু অংশ New York Historical Society গ্রন্থাগারে দেখা যায়। এই খন্দে পত্রের সঙ্গে চিকিৎসা বিষয়ক একটি পত্র উদ্ধার করেছিলেন Edwin Smith। ভূর্জপত্রটি মিশরীয় গণিত বিষয়ক একটি পুস্তিকা যা আনন্দমানিক খৃষ্টপূর্ব ১৭০০-এর দিকে রচিত। এই আবিস্কারের পর কয়েকজন গবেষক এটাকে একটি প্রাচীন নির্দশন হিসেবে স্বীকার করেন, এবং Papyrus-ই মিশরীয়গণ কিভাবে গণনা করতেন, হিসাব করতেন এবং পরিমাপ করতেন সেটা জানার প্রধান সূত্র ছিল। Rhind এর উপর নরম ধাতব পদাৰ্থ দিয়ে সুন্দর হস্তক্ষেপে Ahmose লেখা ছিল।

A'hmose একজন সরল প্রকৃতির মিশরীয় পুরোহিত; তিনি ভূমিকায় যা উল্লে-খ করেছেন, তার মর্মার্থ হতে জানা যায় যে, খৃষ্টপূর্ব ১৮৪৯ হতে খৃষ্টপূর্ব ১৮০১-এর মধ্যে রচিত কোন পুরাতন লেখা হতে তিনি এটা নকল করেন। তবে এটা পরিষ্কার বোঝা যায়নি, কোন ধরনের পাঠকের জন্য এটা রচিত হয়েছিল। লেখাটির বিষয়বস্তু যেমন উল্ল্যতমানের ছিল না, তেমনি নিম্নমানের ছিল, তাও বলা যায় না।

এরপর আর কেউ বলতে পারে না যে, Ahmose যেটা থেকে নকল করেছিলেন, সেটা অন্য কারো লেখা হতে নকল কিনা। এটাও বলা যায়নি যে সেটা একটি বড় কিছু বা সামান্য কিছু। সেটা কোন গবেষকের কাজের সারসংক্ষেপ বা কোন করণিকের জন্য কোন পুস্তিকা বা কোন বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীর পাঠদানের বিষয় ছিল, সেটা বোঝা যায়নি।

জানা যায় যে, মিশরীয়গণ গণিতশাস্ত্রে তেমন কোন উল্লে-খ্যোগ্য অবদান রাখেনি। তবে তাঁরা পাটিগণিতের ও জ্যামিতির ব্যবহারিক দিকটার প্রতি অধিক আগ্রহী ছিলেন। গণিতের মূর্ত বিষয়ের প্রতি তাদের বিশেষ আগ্রহ ছিল না।

Rhind Papyrus প্রাথমিক স্তরের কিছু গবেষণাকর্ম হলেও একটি সম্মানজনক গাণিতিক কর্ম যার সমস্যাগুলো Ahmose অপেক্ষা জ্ঞানী ও বুদ্ধিমান আধুনিককালের অনেক মানুষের পক্ষে সমাধান করাও বেশ কঠিন। ফলিত গণিতের নিয়মগুলো যথা জ্যামিতিক চিত্র ও ঘনবস্তুর পরিমাপ বিষয়ক সূত্র Rhind Papyrus-এর ভিত্তির ছিল।

Rhind Papyrus-এ ৮৫টি সমস্যা আছে যা হতে মিশরীয়গণের ভগ্নাংশ ব্যবহার, সহজ সমীকরণ, প্রগমন বিষয়ক সমস্যা এবং ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় পদ্ধতি কেমন ছিল জানা যায়। সংখ্যা ব্যবহার করে মিশরীয়গণ কত কি করতে পারতেন তার একটি পরিষ্কার ধারণা পাওয়া যায়। তাদের পাটিগণিত ছিল যোগ ভিত্তিক- গুণকে ধারাবাহিক যোগ পদ্ধতি এবং ভাগকে ধারাবাহিক বিয়োগ পদ্ধতি রূপে তারা ব্যবহার করতেন।

Rhind Papyrus কে একটি গবেষণামূলক আলোচনা মনে করা ঠিক হবে না। প্রকৃতপক্ষে কিছু গাণিতিক সমস্যা এবং কিছু ব্যবহারিক উদাহরণ এই Papyrus এ সংগৃহীত। মিশরীয়গণ $13x$ তৈরি করতে x কে প্রথমে ২ গুণ করে $2x$, তাকে ২ গুণ করে $4x$, তাকে ২ গুণ করে $8x$ পেয়েছেন এবং পরে $8x$, $4x$ ও x যোগ করে $13x$ পেয়েছেন।

কোন্ সংখ্যার এক সম্মানশ তার সঙ্গে যোগ করলে 19 হবে? সাধারণ সমীকরণ :

$$x + \frac{x}{7} = 19, \text{ যার সমাধান } x = \frac{133}{8}। \text{ কিন্তু Ahmose এর সমাধান দিয়েছেন}$$

$$16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{133}{8}; \text{ Ahmose-এর ভাষায় এটাই Algebra।}$$

Rhind Papyrus-এ আরও কিছু গাণিতিক পদ্ধতির সন্ধান পাওয়া যায়। উদাহরণসহ পরবর্তী কোন সময় সেগুলি পাঠকের কাছে তুলে ধরার ইচ্ছা রাখিল।

Ancient Indian Mathematics ও *The World of Mathematics* হতে সংকলিত ও অনুদিত।