

প্রসঙ্গ : নিউটনের $F = ma$ সূত্রের যথার্থতা

মো. আশিক সিদ্ধিক

আসমানিয়া দড়িকান্দি, তিতাস, কুমিল

ভূমিকা

স্থির বস্তুকে গতিশীল কিংবা গতিশীল বস্তুকে স্থির করতে অথবা গতিশীল বস্তুর বেগ হ্রাস-বৃদ্ধি করতে বল প্রয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ বল একটি বাহ্যিক কারণ যাহা বস্তুর স্থিতি কিংবা গতীয় অবস্থার তথা জড়তার পরিবর্তনে প্রযুক্ত হওয়া আবশ্যিক। বলবিদ্যা পদার্থবিজ্ঞান তথা সমগ্র ভৌত বিজ্ঞানের ভিত্তি। সকল জড়তার পরিবর্তনের নিয়ামক বল নির্ণয়ে যথার্থ সূত্রের আবশ্যিকতা অনস্বীকার্য। আলোচ্য প্রবন্ধে উদঘাটিত হবে—বল নির্ণয়ে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র ($F = ma$) ত্রুটিপূর্ণ। সেই সাথে প্রতিপাদন করব বলের প্রস্ফুটিত সংশোধিত নতুন সূত্র। অতঃপর ত্রুটির কারণ অনুসন্ধান করব—নিউটনের মত প্রতিভা কেন কানাগলিতে ঢুকে গেলেন। পরিশেষে এ যাবৎ ত্রুটির বিষয়টি শতশত বছর অজস্র মেধাবীর চোখে ধুলা দিয়ে ঘাপটি মেরে থাকতে পারল কিভাবে – সে বিষয়েও আলোকপাত করা হবে।

ঐতিহাসিক পটভূমি

বলবিদ্যার অগ্রদূত হিসেবে আর্কিমিডিস, গ্যালিলিও এর নাম আসবে, তথাপি এটি পূর্ণতা লাভ করে অসামান্য জ্ঞান পিয়াসী স্যার আইজ্যাক নিউটনের হাতে। তিনি বলের নীতিসমূহ সুসংঘঠিত করে তিনটি সূত্রাকারে ১৬৮৭ সালে তার অমর গ্রন্থ “প্রিন্সিপিয়া”-তে প্রকাশ করেন। এতদসঙ্গেও সবিনয়ে প্রস্ফুটব রাখছি দ্বিতীয় সূত্রটি ($F = ma$) ত্রুটিপূর্ণ ও বল নির্ণয়ে যথার্থ নয়। যাহোক, বলবিদ্যার মূল ভিত্তি নিউটনের সূত্র সম্পর্কে প্রশ্ন তোলা উদ্ভট প্রলাপ ভাবে পারেন। কিন্তু দৃঢ়তার সাথে বলতে চাই – কোনটি যথার্থ নিরপেক্ষ বিচার-বিশে-ষণেই তা প্রতীয়মান হবে।

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র

“বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক।”

$F = ma$ প্রতিপাদন : মনে করি m ভরের কোন বস্তুর আদিবেগ u । বস্তুটিতে F বল প্রযুক্ত হওয়ায় t সময় পর বেগ হল v ।

\therefore ভরবেগের পরিবর্তন $= mv - mu$

$$\therefore \text{ভরবেগের পরিবর্তনের হার} = \frac{mv - mu}{t}$$

$$= \frac{m(v - u)}{t} = ma \quad [\text{যেহেতু } a = \frac{v - u}{t}]$$

এখন, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,

$$F \propto ma$$

$$\text{বা } F = kma$$

এখানে k সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান রাশিগুলির এককের উপর নির্ভরশীল। এস. আই. পদ্ধতিতে বলের এককের সংজ্ঞা এমনভাবে দেওয়া হয় যাতে $k = 1$ দাঁড়ায়। যখন, $m = 1\text{kg}$, $a = 1\text{ms}^{-2}$ তখন $F = 1\text{N}$ ধরলে $k = 1$ বলব।

$$\text{অতএব } F = k \times ma$$

$$\therefore F = ma$$

ত্রুটি উদঘাটন

বল প্রয়োগে বস্তুর ত্বরণ নিম্নোক্তভাবে হতে পারে:

- বস্তু সুস্থম ত্বরণশীল হতে পারে — বৈশিষ্ট্য (i)
- বস্তু অসম ত্বরণশীল হতে পারে — বৈশিষ্ট্য (ii)

বল নির্ণয়ের সূত্র হিসেবে $F = ma$ এর সফলতা নির্ভর করবে উভয় বৈশিষ্ট্য তথা সর্বাবস্থায় জড়তার পরিবর্তনে বল নির্ণয়ের সামর্থ্যের উপর।

বৈশিষ্ট্য (i) বিশে-ষণ: একটি বস্তু স্থির অবস্থা থেকে 10ms^{-2} সুস্থম ত্বরণশীল। এর আদিবেগ $u = 0\text{ms}^{-1}$, ত্বরণ $a = 10\text{ms}^{-2}$, গতিকাল $t = 5 \text{ sec}$, শেষবেগ $v = 50\text{ms}^{-1}$

প্রশ্ন হল – স্থির অবস্থা থেকে 50ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = ma = m \left(\frac{v - u}{t} \right) = 1 \left(\frac{50 - 0}{5} \right) = \frac{50}{5} = 10\text{N} \quad [m = 1 \text{ একক ধরে}] \quad (i)$$

আবার, বস্তুটি স্থির অবস্থা থেকে 10ms^{-2} সুস্থম ত্বরণশীল। এর $u = 0\text{ms}^{-1}$, $a = 10\text{ms}^{-2}$, $t = 7 \text{ sec}$, $v = 70\text{ms}^{-1}$

প্রশ্ন হল – স্থির অবস্থা থেকে 70ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = ma = m \left(\frac{v-u}{t} \right) = 1 \left(\frac{70-0}{7} \right) = \frac{70}{7} = 10N \quad [m = 1 \text{ একক ধরে}] \quad (\text{ii})$$

কি ব্যাপার! (i) ও (ii) নং থেকে দেখা যাচ্ছে বস্তুকে স্থিরাবস্থা থেকে 50ms^{-1} বেগ অর্জনে যা বল লাগবে, 70ms^{-1} বেগ অর্জনে সমান বল লাগবে।

এটা হতে পারে না। অর্থাৎ সূত্রটিতে সন্দেহ আছে।

আসলে $F = ma$ সূত্র দিয়ে সুসম ত্বরণশীল বস্তুর আদিবেগ থেকে শেষ বেগ বা চূড়ান্ড বেগ অর্জনে প্রযুক্ত বল নির্ণয় সম্ভব নয় – এটাই প্রতীয়মান হল।

বৈশিষ্ট্য (ii) বিশে-ষণ: একটি বস্তু স্থির অবস্থা থেকে অসম ত্বরণশীল। এর আদিবেগ $u = 0\text{ms}^{-1}$, ১ম সেকেন্ডে বেগ $v = 10\text{ms}^{-1}$, ২য় সেকেন্ডে বেগ $v_2 = 40\text{ms}^{-1}$, ৩য় সেকেন্ডে বেগ $v_3 = 70\text{ms}^{-1}$, ৪র্থ সেকেন্ডে বেগ $v_4 = 80\text{ms}^{-1}$ এবং ৫ম সেকেন্ডে বেগ $v_5 = 100\text{ms}^{-1}$ ।

প্রশ্ন হল– স্থির অবস্থা থেকে 100ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = ma = m \left(\frac{v-u}{t} \right) = 1 \left(\frac{100-0}{5} \right) = 20N \quad [m = 1 \text{ একক ধরে}] \quad (\text{iii})$$

আবার, স্থির অবস্থা থেকে 40ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = ma = m \left(\frac{v-u}{t} \right) = 1 \left(\frac{40-0}{2} \right) = 20N \quad [m = 1 \text{ একক ধরে}] \quad (\text{iv})$$

(iii) ও (iv) নং থেকে দেখা যাচ্ছে স্থিরাবস্থা থেকে 100ms^{-1} বেগ অর্জনে যা বল লাগবে, 40ms^{-1} বেগ অর্জনে তা-ই লাগবে।

এটা হতে পারে না। অতএব প্রতীয়মান হল অসম ত্বরণশীল বস্তুর ক্ষেত্রে বল নির্ণয়ে

$F = ma$ সমর্থনযোগ্য নয়। আসলে $F = ma$ এর $a = \frac{v-u}{t}$ রাশিটি শুধুমাত্র সুসম ত্বরণের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

কতিপয় পর্যবেক্ষণ

পর্যবেক্ষণ ১: বৈশিষ্ট্য (i) এর বিশে-ষণ থেকে দেখা যায় বস্তু যখন সুসম ত্বরণশীল সেক্ষেত্রে আদিবেগ থেকে শেষ বেগ অর্জনে মোট কত বল লাগল তা নির্ণয়ে $F = ma$ সূত্র অক্ষম। আমরা দেখেছি এ সূত্র নির্দেশ করে স্থিরাবস্থা থেকে 10ms^{-2} ত্বরণে 50ms^{-1} বেগ অর্জনে যে বল লাগবে 70ms^{-1} বেগ অর্জনে একই বল লাগবে যা এই সূত্রের যথার্থতা প্রশ্নবিদ্ধ করে।

তবে সুসম ত্বরণশীল বস্তুর দুইটি ক্রমিক সেকেন্ডের বেগের পরিবর্তনে প্রযুক্ত বল $F = ma$ সূত্র থেকে নির্ণয় করা যায়। যেমন ১ম সেকেন্ডে 10ms^{-1} বেগ থেকে ২য় সেকেন্ডে 20ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগবে তা এ সূত্র থেকে পাওয়া যেতে পারে।

পর্যবেক্ষণ ২: অসম ত্বরণশীল বস্তুর ক্ষেত্রে $F = ma$ সূত্র বল নির্ণয়ে পুরোপুরি ব্যর্থতায় পর্যবসিত হয়। এর কারণ $F = ma$ এর $a = \frac{v-u}{t}$ বা $v = u + at$ সূত্র শুধুমাত্র সুসম ত্বরণশীল বস্তুর জন্যই প্রযোজ্য। আর তাই অসম ত্বরণশীল বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ থেকে শেষ বেগ অর্জনে কত বল লাগল তা নির্ণয়ে এ সূত্র যেমন অকার্যকর তেমনি দুটি ক্রমিক সেকেন্ডে বেগের পরিবর্তনে প্রযুক্ত বল নির্ণয়ে এ সূত্র উপযোগী নয়।

উদাহরণস্বরূপ, স্থিরাবস্থা থেকে অসম ত্বরণশীল একটি বস্তুর আদিবেগ $u = 0\text{ms}^{-1}$, ১ম সেকেন্ডে বেগ $v_1 = 10\text{ms}^{-1}$, ২য় সেকেন্ডে বেগ $v_2 = 40\text{ms}^{-1}$, ৩য় সেকেন্ডে বেগ $v_3 = 70\text{ms}^{-1}$, ৪র্থ সেকেন্ডে বেগ $v_4 = 80\text{ms}^{-1}$ এবং ৫ম সেকেন্ডে বেগ $v_5 = 100\text{ms}^{-1}$ । এমতাবস্থায় স্থিরাবস্থা থেকে 100ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল তা $F = ma$ সূত্র নির্ণয়ে অক্ষম।

তেমনিভাবে ১ম সেকেন্ডে $v_1 = 10\text{ms}^{-1}$ বেগ থেকে ২য় সেকেন্ডে $v_2 = 40\text{ms}^{-1}$ বেগ অর্জনে কত বল লাগল তাও এ সূত্র নির্ণয়ে সমর্থ নয়।

ত্রুটির কারণ অনুসন্ধান

$F = ma$ সূত্রের a রাশির বৈশিষ্ট্য হল:

১. এটি সুসম শুধুমাত্র সুসম ত্বরণশীল বস্তুর জন্য প্রযোজ্য।
২. এটি দুটি ক্রমিক বেগের পরিবর্তনের মান নির্দেশ করে।

অতএব এ সূত্র দ্বারা–

১. সুসম ত্বরণশীল বস্তুর দুটি ক্রমিক বেগের পরিবর্তনে বল নির্ণয় সম্ভব, আদিবেগ থেকে শেষবেগ বা চূড়ান্ডবেগে উত্তরণে কত বল ব্যবহার্য তা নির্ণয় সম্ভব নয়।
২. অসম ত্বরণশীল বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ থেকে শেষ বেগে পৌঁছানো এবং দুটি ক্রমিক বেগের পরিবর্তনে প্রযুক্ত বল কোনটি নির্ণয় সম্ভব নয়।

বল (F) নির্ণয়ের সূত্র উদ্ভাবনের সময় অতিগুরুত্বপূর্ণ এ বিষয়গুলি বিবেচনায় আনা হয়নি নতুবা চোখ এড়িয়ে গিয়েছে। ফলস্বরূপ যা হওয়ার তাই হয়েছে।

বলের নতুন সূত্র

এ পর্যায়ে আমরা প্রত্যক্ষ করব বল নির্ণয়ের নতুন সূত্র যেটি সুসম কিংবা অসম ত্বরণশীল যেকোন জড়তার পরিবর্তনে বল নির্ণয়ে সক্ষম।

সূত্র: “বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক”।

এ সূত্রানুসারে, বল $F = m\Delta v$ [$\Delta v =$ বেগের পরিবর্তন]

$F = m\Delta v$ সম্পর্ক প্রতিপাদন:

মনে করি, m ভরের একটি বস্তুর আদি ভরবেগ mu । বস্তুতে F বল প্রযুক্ত হওয়ায় ভরবেগ হল mv ।

$$\begin{aligned}\therefore \text{ভরবেগের পরিবর্তন} &= mv - mu \\ &= m(v - u) \\ &= m\Delta v\end{aligned}$$

বলের নতুন সূত্রানুসারে,

$$F \propto m\Delta v$$

বা $F = km\Delta v$

এখানে k সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান রাশিগুলির এককের উপর নির্ভরশীল। এস. আই. পদ্ধতিতে বলের এককের সংজ্ঞা এমনভাবে দেওয়া হয় যাতে $k = 1$ হয়। যখন $m = 1 \text{ kg}$, $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ তখন $F = 1\text{N}$ ধরলে $k = 1$ হয়।

অর্থাৎ যে বল 1 kg ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া করে 1 ms^{-1} বেগ বৃদ্ধি/হ্রাস ঘটায় তাকে 1N বল বলে।

অতএব, $F = 1 \times m\Delta v$

$\therefore F = m\Delta v$ (Proved)

নতুন সূত্রের যথার্থতা অবলোকন

এ পর্যায়ে আমরা দেখব সুষম কিংবা অসম ত্বরণশীল বস্তুর সকল জড়তার পরিবর্তনে বল নির্ণয়ে বলের নতুন সূত্র সাফল্য লাভ করে।

বস্তু যখন সুষম ত্বরণশীল

Part 1. একটি বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে 10ms^{-1} সুষম ত্বরণশীল। উহার আদিবেগ $u = 0\text{ms}^{-1}$, ত্বরণ $a = 10\text{ms}^{-2}$, গতিকাল $t = 5 \text{ sec}$ এবং শেষ বেগ $v = 50 \text{ ms}^{-1}$

প্রশ্ন হল, স্থিরাবস্থা থেকে 50 ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = m\Delta v = m(v - u) = 1(50 - 0) = 50 \text{ N}$$

আবার একই বস্তুর $u = 0\text{ms}^{-1}$, $a = 10\text{ms}^{-2}$, $t = 7 \text{ sec}$ এবং শেষ বেগ $v = 70\text{ms}^{-1}$

প্রশ্ন হল, স্থিরাবস্থা থেকে 70ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = m\Delta v = m(v - u) = 1(70 - 0) = 70 \text{ N}$$

\therefore সুষম ত্বরণশীল বস্তুর আদিবেগ থেকে শেষ বা চূড়ান্ত বেগ অর্জনে প্রযুক্ত বল নির্ণয়ে $F = m\Delta v$ সূত্র সক্ষম।

Part 2. এখন দেখব দুটি ক্রমিক সেকেন্ডে বেগের পরিবর্তন প্রযুক্ত বল নির্ণয়েও উক্ত সমীকরণ সমর্থ:

১ম সেকেন্ডে $v_1 = 10\text{ms}^{-1}$ বেগ থেকে ২য় সেকেন্ডে $v_2 = 20\text{ms}^{-1}$ বেগ অর্জনে প্রযুক্ত বল:

$$F = m\Delta v = m(v_2 - v_1) = 1(20 - 10) = 10 \text{ N}$$

অতএব, সুষম ত্বরণশীল বস্তুর সকল জড়তার পরিবর্তনে প্রযুক্ত বল নির্ণয়ে $m\Delta v$ সূত্র সাফল্য লাভ করে।

বস্তু যখন অসম ত্বরণশীল

Part 1. স্থির অবস্থা থেকে অসম ত্বরণশীল একটি বস্তুর আদিবেগ $u = 0\text{ms}^{-1}$, ১ম সেকেন্ডে বেগ $v_1 = 10\text{ms}^{-1}$, ২য় সেকেন্ডে বেগ $v_2 = 40\text{ms}^{-1}$, ৩য় সেকেন্ডে বেগ $v_3 = 70\text{ms}^{-1}$, ৪র্থ সেকেন্ডে $v_4 = 40\text{ms}^{-1}$ এবং ৫ম সেকেন্ডে $v_5 = 100\text{ms}^{-1}$ ।

প্রশ্ন হল, স্থিরাবস্থা থেকে 100ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = m\Delta v = m(v - u) = 1(100 - 0) = 100 \text{ N}$$

আবার, একই বস্তুর 40 ms^{-1} বেগ অর্জনে কত বল লাগল?

$$F = m\Delta v = m(v_2 - u) = 1(40 - 0) = 40 \text{ N}$$

\therefore অসম ত্বরণশীল বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ থেকে শেষ বেগ বা চূড়ান্ত বেগ নির্ণয়ে নতুন সূত্র সাফল্য লাভ করে।

Part 2. অসম ত্বরণশীল বস্তুর দুটি ক্রমিক বেগের পরিবর্তনে বল নির্ণয়েও নতুন সূত্র সক্ষম:

$u = 0 \text{ ms}^{-1}$ থেকে $v_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$ বেগে উত্তরণে প্রযুক্ত বল-

$$F = m\Delta v = m(v_1 - u) = 1(10 - 0) = 10\text{N}$$

অনুরূপভাবে, $v_1 = 10\text{ms}^{-1}$ থেকে $v_2 = 40 \text{ ms}^{-1}$ বেগে উত্তরণে প্রযুক্ত বল-

$$F = m\Delta v = m(v_2 - v_1) = 1(40 - 10) = 30\text{N}$$

অতএব, সুষম কিংবা অসম ত্বরণশীল বস্তুর সকল জড়তার পরিবর্তনে বল নির্ণয়ে $F = m\Delta v$ সূত্র সাফল্য লাভ করে।

উপসংহার

জড়তার পরিবর্তনের কারণ হিসাবে বলের ধারণা প্রতিষ্ঠা, সূত্র প্রদান, চিরায়ত বলবিদ্যার সৃজন ইত্যাদি কর্ম নিউটনের হাতে হয় – যা ঐ যুগে বিপ-ব ঘটায় এবং বৃহৎ অর্জন বলে বিবেচিত হয়। আর তাই বল নির্ণয়ের শতভাগ যথার্থ সূত্রের আবশ্যিকতা মানুষ বিস্মৃত হয়। যেহেতু এ সূত্র আংশিক সাফল্য (সুষম ত্বরণের ক্ষেত্রে ক্রমিক বেগের পরিবর্তনে বল নির্ণয়ে) লাভ করে তাই এটি কালের আবর্তনে প্রতিষ্ঠা পেয়ে যায়। নিউটনীয় প্রভাব-প্রতিপত্তি এর পেছনে কারণ হতে পারে। যাহোক আমরা নিরপেক্ষ বিচার-বিশে-ষণ করব-গোড়ামি নয়। সত্যের মুখোমুখি হতে আমাদের দ্বিধা থাকার কথা নয়।

[G tjLvi mwimst¶|c tjLK Ztj aitj wKQzveÁ gnj tjLq fj itq tMfQ etj Rwb†q†Qb| Avkv
Kwi tjLK mZK¶v Ae†eb| AbeabZiekZt GUVc¶¶ki Rb" Augiv L¶B `¶LZ]]