গণিত পরিক্রমা

(বাংলাদেশ গণিত সমিতির মুখপত্র)

ঊনত্রিংশ খণ্ড ২০২১

গণিত পরিক্রমা বৎসরে একখণ্ডে প্রকাশিত হয়।
প্রতি সংখ্যার মূল্য: ১২০.০০ টাকা / পাঁচ ডলার (বিদেশে)

– সম্পাদনা পরিষদ,
গণিতপরিক্রমা।

যোগাযোগের ঠিকানা

সম্পাদক
বাংলাদেশ গণিত সমিতি
গণিত বিভাগ
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
ঢাকা-১০০০
বাংলাদেশ।

প্রকাশনায়

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

প্রকাশকাল : ডিসেম্বর ২০২১

কৃতজ্ঞতা স্বীকার

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

‘গণিত পরিক্রমা’র প্রকাশনায়

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকারের বিজ্ঞান
এবং তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি মন্ত্রণালয়ের

সহৃদয় অর্থানুকূলের জন্য কৃতজ্ঞ।

গণিত পরিক্রমা

২৯শ খণ্ড ২০২১

বাংলাদেশ গণিত সমিতির

মুখপত্র

প্রকাশনায়

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

ঢাকা-১০০০, বাংলাদেশ

গণিত পরিক্রমা

বাংলাদেশ গণিত সমিতির মুখপত্র

অক্ষরবিন্যাস

ব্রাদার্স কম্পিউটার সিস্টেম
রাফিন প্লাজা (৩য় তলা)
৩/বি মিরপুর রোড, ঢাকা-১২০৫
ফোন: ০১৭১০-৮৮০৭২৮

মুদ্রণ

বি সি এস প্রিন্টিং
রাফিন প্লাজা (৩য় তলা)
৩/বি মিরপুর রোড, ঢাকা-১২০৫
ফোন: ০১৭১০-৮৮০৭২৮

আমাদের কথা

অনেক চড়াই-উৎরাই পেরিয়ে গণিত পরিক্রমা ঊনত্রিংশ খণ্ড (২০২১) প্রকাশিত হলো। এর অষ্টবিংশ খণ্ড প্রকাশিত হয়েছিল ২০১৯ সালে। প্রকাশনার ধারাবাহিকতায় এই খণ্ডটি প্রকাশিত হওয়ার কথা ছিল ২০২০ সালে। আমাদের শ্রদ্ধেয় প্রফেসর এম শামসুর রহমান গত দুই যুগেরও অধিককাল যাবত এই পরিক্রমা অত্যন্ত নিষ্ঠা ও দায়িত্বের সাথে সম্পাদনা করে আসছিলেন। তার পূর্বেও তিনি দীর্ঘকাল এই পরিক্রমার সহযোগী সম্পাদক ছিলেন। তিনি আমার অত্যন্ত শ্রদ্ধাভাজন একজন শিক্ষক। আমিও প্রায় এক যুগেরও অধিককাল যাবত এই পরিক্রমার সম্পদনা পরিষদের সদস্য হিসেবে কাজ করেছি।

বাধক্যজনিত রোগের কারণে এম শামসুর রহমান এই পরিক্রমা সম্পাদনা করতে সমর্থ না হওয়ায় ২০২০-২০২১ কার্যকালে গণিত সমিতি আমাকে পরিক্রমার সম্পাদক মনোনীত করে। কিন্তু বিশ্বজুড়ে কোভিড-১৯ মহামারীর জন্য দেশে জনজীবন প্রায় স্থবির হয়ে যায়। ফলে পরিক্রমার কাজও বেশী এগিয়ে নেওয়া সম্ভব হয়নি।

নানা প্রকার প্রতিকূল পরিস্থিতিতেও সম্পাদনা পরিষদের আন্তরিক সহযোগিতায় এ খণ্ড প্রকাশ করা সম্ভব হয়েছে। তবে রায়হানা তসলিম এ কাজে আমাকে বিশেষভাবে সহযোগিতা করেছেন।

এ সংখ্যায় স্থান পাওয়া প্রবন্ধগুলো, আশা করি, পাঠকদের ভালো লাগবে ও উপকারে আসবে। আসুন আমরা গণিতকে জনপ্রিয় করে তুলি, গণিতকে কাজে লাগাই, দেশের প্রগতিতে অংশ নেই।

সম্পাদক

সম্পাদনা পরিষদ : রায়হানা তসলিম, মো. আখতারুজ্জামান, কাজী মো. খায়রুল বাশার, প্রফেসর অমূল্য চন্দ্র মন্ডল, এম এ মান্নান চৌধুরী
মো. গোলাম মোস্তফা, ড. মোস্তাক আহমেদ

সূচিপত্র

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ১-১৬

বাংলার রেনেসাঁর পথিকৃৎ
সত্যেন্দ্রনাথ বসুর বীজগর্ভ অবদান ও বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন

এ. এম. হারুন অর রশীদ
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

১. ভূমিকা

আজ থেকে ঠিক অষ্টাশি বছর আগে ১৯২৪ সালের ২রা জুলাই সত্যেন্দ্রনাথ বসুর বিখ্যাত প্রবন্ধ, ***প্ল্যাংকের সূত্র এবং আলোক-কোয়ান্টাম প্রকল্প*** কার্জন হল থেকে বার্লিনে আইনস্টাইনের কাছে পৌঁছায় এবং প্রবন্ধটির অসীম বৈজ্ঞানিক গুরুত্ব অনুধাবন করে কালবিলম্ব না করে তা জার্মান ভাষায় অনুবাদ করে সাইটশ্রিফট্ ফ্যুর ফিজিক জার্ণালে প্রকাশ করেন স্বয়ং অ্যালবার্ট আইনস্টাইন। বলা হয়, যে-কয়েকটি স্বল্প সংখ্যক বৈজ্ঞানিক অবদানের ওপর আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের ভিত্তিপ্রস্তর স্থাপিত তার মধ্যে সত্যেন্দ্রনাথ বসুর এই প্রবন্ধটি অন্যতম যে জন্যে এই প্রবন্ধটিকে আখ্যা দেয়া হয় সেমিনাল (seminal) বা বীজগর্ভ এবং ইপক-মেকিং (epoch-making) বা নবযুগসূচনাকারী প্রবন্ধ হিসেবে।

আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের তথা বিজ্ঞানের অতিপরিবাহিতা (superconductivity), অতিপ্রবাহিতা (superfluidity) এবং বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন (Bose-Einstein Condensation, BEC) প্রকৃতির আশ্চর্যতম প্রতিভাসের কয়েকটি। এইসব প্রতিভাসের বিস্ময়কর বৈশিষ্ট্যসমূহ আসলে কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞানেরই সরাসরি ফল এবং তাই স্বল্প তাপমাত্রায় তাদের সাধারণত দেখা যায় না। এইসব কোয়ান্টাম প্রতিভাস বস্তুতে প্রকাশিত হয় পারমাণবিক বা অবপারমাণবিক পর্যায়ে। কিন্তু মজার ব্যাপার এই যে কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞানের এইসব কোয়ান্টাম তত্ত্বভিত্তিক প্রতিভাস প্রকাশিত হয় বস্তুর স্থূল বৈশিষ্ট্যের পরিসরেই। তাই বলা হয় যে এইসব প্রতিভাস আসলে অতিবৃহতের জগতে কোয়ান্টাম প্রক্রিয়ারই প্রকাশ– macroscopic manifestation of quantum mechanical phenomena।

অতিপরিবাহী, অতিপ্রবাহী এবং পারমাণবিক বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন অতিবৃহতের জগতে কোয়ান্টাম অবস্থার তিনটি সুস্পষ্ট প্রকাশ এবং এটাই এদের সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য পরিচয়। এদের মধ্যে সাদৃশ্য অনেক যে জন্যে তাদের তাত্ত্বিক বর্ণনার জন্য একই ধরনের তাত্ত্বিক পরিকাঠামো ব্যবহার করা হয় যাদের মধ্যে কেন্দ্রীয় স্থানে আছে বসু-আবিষ্কৃত কোয়ান্টাম পরিসংখ্যান তত্ত্ব। অবশ্য বিংশ শতাব্দীর শুরু থেকেই

এইসব প্রতিভাসের পরীক্ষণভিত্তিক প্রমাণ করা সম্ভব হলে পদার্থবিজ্ঞানের ছাত্রছাত্রীদের কাছে এসব ভৌত প্রতিভাস সুপরিচিত হয়ে গিয়েছিল বহু আগেই।

১৯০৮ সালে স্বল্প তাপমাত্রার পদার্থবিজ্ঞানের গবেষণা শুরু হয় লাইডেন (Leiden) শহরে বিজ্ঞানী এইচ. কামেরলিঙ্গ ওন্‌স (H. Kammerling Onnes)-এর হাতে যখন তিনি হিলিয়াম গ্যাসকে তরলীকৃত করতে সক্ষম হলেন। এর কিছুকাল পরেই অতি-পরিবাহিতা প্রতিভাস আবিষ্কৃত হয়েছিল একই গবেষণাগারে। কিন্তু এরপর প্রায় চল্লিশ বছর লেগেছিল অতি-পরিবাহিতার সুষ্ঠু তত্ত্বটির পূর্ণরূপটি দিতে যাকে আজকাল বলে বার্ডিন-কুপার-শ্রিফার (Bardeen-Cooper-Schriffer, BCS) তত্ত্ব। অন্যদিকে বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন প্রতিভাস আবিষ্কৃত হয়েছিল ১৯২৪ সালে সত্যেন্দ্রনাথ বসুর প্রবন্ধটি প্রকাশের পরপরই অ্যালবার্ট আইনস্টাইনের হাতে ভারি বস্তুকণার ক্ষেত্রে বসু-প্রদর্শিত পথ অনুসরণ করে ঐ কোয়ান্টাম অবস্থা গণনার ফলশ্রুতিতেই। বসু-আইনস্টাইন ঘনীভূত অবস্থাটি পরীক্ষাগারে বাস্তবায়িত হয়েছে ১৯৯৫ সালে সর্বাধুনিক প্রযুক্তির বেশ কিছু উল্লেখযোগ্য অবদান ব্যবহারের ফলে। নিচের তালিকায় এইসব গবেষণার কিছুটা ইতিহাস দেয়া হল।

তালিকা-১

তারিখ	**আবিষ্কার**
১৯০৮	৪.২ কেলভিন তাপমাত্রায় হিলিয়াম-১ এর তরলীকরণ
১৯১১	৪.১ কেলভিন তাপমাত্রায় পারদে অতিপরিবাহিতা আবিষ্কার
১৯২৪-২৫	বসুর কোয়ান্টাম-তত্ত্ব এবং আইনস্টাইনের ঘনীভবন তত্ত্ব
১৯২৭	২.২ কেলভিন তাপমাত্রায় হিলিয়াম-৪ এর ল্যাম্‌ডা-রূপান্তর
১৯৩৩	মাইস্‌নার-অক্সেনফেল্ড প্রতিভাস
১৯৩৮	হিলিয়াম-৪ এর অতিপ্রবাহিতা প্রদর্শন
১৯৫০	অতিপরিবাহিতার গিন্‌সবুর্গ-ল্যান্ডাউ তত্ত্ব
১৯৫৭	বার্ডিন-কুপার-শ্রিফার তত্ত্ব
১৯৬২	জোসেফসন প্রতিভাস
১৯৬৩-৬৪	অ্যান্ডারসন-হিগ্‌স্‌ প্রক্রিয়া
১৯৭১	২.৮ মি.কে. তাপমাত্রায় হিলিয়াম-৩ এর অতিপরিবাহিতা
১৯৮৬	৩০.১৬৫ কে. তাপমাত্রায় অতিপরিবাহিতা
১৯৯৫	০.৫ μK তাপমাত্রায় পারমাণবিক বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন

এই সুদীর্ঘ ইতিহাস থাকা সত্ত্বেও বস্তুর এইসব বিচিত্র কোয়ান্টাম অবস্থা নিয়ে আজও গবেষণা অব্যাহত। এই গবেষণার ফলেই এখন পাওয়া গিয়েছে ন্যানো-কেলভিন তাপমাত্রায় পারমাণবিক বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন বা atomic BEC।

অন্যদিকে উচ্চতাপমাত্রাতেও এখন অতিপরিবাহী বস্তু তৈরি করা সম্ভব হয়েছে যা ইতোপূর্বে কল্পনাও করা যায়নি। বর্তমানে যে উচ্চতম তাপমাত্রায় অতিপরিবাহী বস্তু পাওয়া গিয়েছে তার রূপান্তর বা সংকট তাপমাত্রা T_c প্রায় ১৩৩ কে. এবং যৌগিক বস্তুটি হল $Hg\ Ba_2\ Ca_2\ Cu_3\ O_{8+\delta}$। উচ্চতর চাপ (30GPa) প্রয়োগ করলে রূপান্তর তাপমাত্রা ১৬৪ কে. পর্যন্ত উন্নীত করা যায় বলে দাবী করা হয়েছে।

১৯৯৫ সালে যে পারমাণবিক বসু-আইনস্টাইন ঘনীভূত বস্তু পাওয়া গিয়েছে তা হল অ্যালকেলি ধাতুর অতিপাতলা পারমাণবিক গ্যাস। প্রায় বিশবছর ধরে গবেষণা করে চৌম্বকক্ষেত্রে এবং লেজার খাঁচায় (trap) পরমাণু আবদ্ধ করে অতিশীতল করার প্রযুক্তি বিকশিত করা সম্ভব হয়েছে। রূবিডিয়াম-৮৭ অ্যালকেলি পরমাণুর ক্ষেত্রে বসু-আইনস্টাইন সংকট তাপমাত্রা

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{k_B m}\left(\frac{n}{2.612}\right)^{\frac{2}{3}}$$

দেখা যায় হিলিয়াম-৪ এর তুলনায় $১০^{-৬} - ১০^{-৮}$ গুণ কম যার ফলে T_c -এর মান এখন প্রায় $1\mu K$ (মাইক্রোকেলভিন)-এর মতো। এভাবেই লেজার এবং চৌম্বক খাঁচা ব্যবহার করে অবিশ্বাস্য স্বল্পমানের তাপমাত্রা অর্জন করা সম্ভব হয়েছে যা বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন প্রতিভাস সকলের দৃষ্টিগোচর করতে সম্ভব করেছে। নিঃসন্দেহে এটা তত্ত্ব এবং প্রযুক্তির এক বিশাল যৌথ বিজয়।

২. সত্যেন্দ্রনাথ বসুর বীজগর্ভ আবিষ্কার

১৯২৪ সালে সত্যেন্দ্রনাথ বসু ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের কার্জন হলের পদার্থবিজ্ঞান থেকে অ্যালবার্ট আইনস্টাইনকে এক পত্রে জানান যে তিনি কৃষ্ণবস্তু বিকিরণের ম্যাক্স প্ল্যাংকের আবিষ্কৃত কোয়ান্টাম সূত্রের একটি নতুন নির্ধারণ সৃষ্টি করতে পেরেছেন যা আইনস্টাইনের বিশেষ আপেক্ষিক তত্ত্বের সঙ্গে সম্পূর্ণ সামঞ্জস্যপূর্ণ। আইনস্টাইন এসময়ে তাঁর বিভিন্ন অবদানের জন্য পৃথিবী বিখ্যাত একজন বিজ্ঞানী এবং অন্যদিকে সত্যেন্দ্রনাথ বসু তখনও মোটামুটি স্বল্পপরিচিত একজন তরুণ পদার্থবিজ্ঞানী। তবু আইনস্টাইন বসুর প্রবন্ধের অভিনবত্ব এবং মৌলিকত্ব দেখে চমৎকৃত হয়ে গেলেন এবং তিনি নিজেই আলোককণার ক্ষেত্রে বসু প্রদর্শিত পথ অনুসরণ করে ভারি কণার আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে ঐ কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রয়োগ করতে সক্ষম হলেন। তাই এই তত্ত্ব এখন **বসু-আইনস্টাইন কোয়ান্টাম পরিসংখ্যান** নামে পৃথিবী বিখ্যাত।

সত্যেন্দ্রনাথ বসুর প্রবন্ধে প্ল্যাংকের আলোক-কণা বণ্টন নির্ধারণে অনেকগুলি বৈপ্লবিক ধারণা ব্যবহার করা হয়েছিল যেমন আলোককণাগুলি সদৃশ (identical) এবং তাদের ভর শূন্য ও তাদের ঘূর্ণনের মান এক ($S = 1$) কিন্তু ঘূর্ণন ১ হলেও কণার গতির দিকে তার অভিক্ষেপ $\pm$১ কেননা আলোক তির্যক প্রকৃতির। যেহেতু আলোক তির্যক প্রকৃতির তাই আলোককণার সম্ভাব্য কোয়ান্টাম অবস্থা গণনার সময়ে একটি ২ উৎপাদক দিয়ে গুণ করা প্রয়োজন কেননা তাঁর ভাষায় এটা আলোর সমবর্তনের জন্যে "প্রয়োজনীয় বলে মনে হয়"।

সত্যেন বসু জানতেন যে আলোককণা বা ফোটনের শক্তি ও ভরবেগের সমীকরণ হল প্ল্যাংক ও আইনস্টাইন সূত্র,

$$\text{শক্তি } \in = h\nu \text{ এবং ভরবেগ } p = h\nu/c$$

যেখানে ν আলোর কম্পাংক। দশা মহাকাশে অর্থাৎ অবস্থান এবং ভরবেগের গুণন মহাকাশে আয়তনের ক্ষুদ্রতম অংশ হল $V.4\pi p^2 dp = 4\pi V\, h^3\, \nu^2 d\nu/c^3$। এখন যদি সমগ্র দশা মহাকাশকে h^3 আয়তনের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কোষে (সত্যেন্দ্রনাথের ভাষায় cell-এ) বিভক্ত করা হয় তাহলে আমরা পাই $4\pi V\nu^2 d\nu/c^3$ সংখ্যক কোষ। বোস তাঁর প্রবন্ধে লিখেছেন, "কোষের এই পূর্ণসংখ্যাকেই কোয়ান্টাম বণ্টনের মান বলে চিন্তা করা যায়।" শুধু তাই নয় যেহেতু আলো তির্যক প্রকৃতির তাই ২ দিয়ে গুণ করে উৎপাদকটি হবে $8\pi\nu^2 d\nu/c^3$ যা এভাবে নির্ধারণ করতে পেরে সত্যেন বসু বাস্তবিকই সঙ্গত কারণে খুবই খুশি হয়েছিলেন। এবং আইনস্টাইনের কাছে তাঁর চিঠিতে এই কথাটি বিশেষভাবে উল্লেখ করেছিলেন। আইনস্টাইন নিজেও তাঁর চিঠিতে বসুর এই অবদান স্বীকার করেছেন।

এরপর সত্যেন বসু "বিভিন্ন শক্তিস্তরের মধ্যে ফোটনের বণ্টন নির্ধারণ" করার চেষ্টা করেন। কিন্তু এখানে তিনি ফোটনের বিভিন্ন শক্তিস্তরে ফোটন রাখার কথা চিন্তা না করে (যা পরে আইনস্টাইন নিজেই করেছিলেন) তিনি ঐ শক্তিস্তরগুলির বণ্টনের উপরই দৃষ্টি নিবদ্ধ করেন। এই বণ্টন অবশ্য চিরায়ত বোলৎসমান বণ্টন দিয়ে পাওয়া যায় কেননা এখন s-তম শক্তিস্তর চিহ্নিত হয় তার শক্তি $\in_s$ এবং শক্তিস্তরের ভরবেগ p_s দিয়ে যা অবশ্যই পার্থক্যকরণযোগ্য সংখ্যা। সুতরাং মোট কণাসংখ্যা n_s হলে বোলৎসমান পরিসংখ্যান অনুসারে ঐ কণার সংখ্যা-গড় হবে

$$\langle n_s \rangle = \frac{\sum_s n_s\, e^{-n_s h\nu_s/\beta}}{\sum_s e^{-n_s h\nu_s/\beta}} = \frac{1}{e^{h\nu_s/kT} - 1}$$

যেখানে β একটি ধ্রুবক এবং প্রমাণ করা যায় যে $\beta = 1/k_\beta T$. সুতরাং

$$\langle \in_s \rangle = h\nu_s \langle n_s \rangle = \frac{h\nu_s}{e^{h\nu_s/kT} - 1}$$

এই সমীকরণকে $8\pi\nu^2 d\nu/c^3$ উৎপাদক দিয়ে গুণ করলেই আমরা পাই প্ল্যাংকের বিখ্যাত বিকিরণ সূত্র। সত্যেন্দ্রনাথ বসু ফোটনগুলিকে পার্থক্যহীন বা সদৃশ হিসেবে চিন্তা করেছিলেন এবং এই অতি প্রয়োজনীয় তথ্যটি অন্তর্ভুক্ত করেই আইনস্টাইন স্বয়ং কোন ফোটন ব্যবস্থার বিভিন্ন শক্তি অবস্থায় কতগুলি বস্তুকণা থাকতে পারে তার বণ্টন গণনা করতে সক্ষম হয়েছিলেন।

ধরা যাক একটি এ ধরনের ব্যবস্থায় বস্তুকণার মোট সংখ্যা N। যদিও বস্তুকণাগুলি পার্থক্যহীন তবু সাময়িকভাবে তাদের a, b, c ইত্যাদি নাম দেয়া যায়। সুতরাং j-এর শক্তিস্তরে, (a, b) কণাদ্বয় ১নং অবস্থায়, c-কণাকে ২নং অবস্থায়, (d, e, f) কণাগুলিকে ৩নং অবস্থায় রাখা যায় ইত্যাদি। এটা লেখা যায় এভাবে

$$[(1)\ ab]\ [(2)\ c]\ [(3)\ def]\ \ldots$$

সুতরাং এধরনের অনুক্রম একটি সংখ্যা দিয়ে শুরু হয় যে সংখ্যা ঐ "অবস্থা" বোঝায়। অর্থাৎ অনুক্রম শুরু হয় একটি সংখ্যা দিয়ে যা M_j অবস্থা নির্দেশ করে। সুতরাং তার অবস্থায় প্রতিটির জন্য একটি সংখ্যা থাকে এবং অনুক্রমের প্রতিটিতে থাকে বাকি $(M_j + N_j - 1)$ সংখ্যা। এই $(M_j + N_j - 1)$ সংখ্যা এবং অক্ষরের সম্ভাব্য বিভিন্ন বিন্যাসের মোট সংখ্যা হল $(M_j + N_j - 1)!$। সুতরাং M_j সংখ্যা এবং N_j অক্ষরের সম্ভাব্য মোট বিন্যাসের সংখ্যা হল

$$M_j\,(M_j + N_j - 1)!$$

যেহেতু অক্ষরগুলি $N_j!$ বিভিন্ন উপায়ে বিন্যস্ত করা যায় তাই উক্ত সংখ্যাকে $N_j!$ দিয়ে ভাগ করা প্রয়োজন। একইভাবে $M_j!$ রাশি দিয়েও ভাগ করা প্রয়োজন যাতে একই বণ্টন একবারের বেশি গণনা করা না হয়।

সুতরাং j-এর শক্তিস্তরের বিভিন্ন বণ্টনের মোট সংখ্যা হল

$$\frac{M_j(M_j + N_j - 1)!}{M_j!N_j!} = \frac{(M_j + N_j - 1)!}{(M_j - 1)!N_j!}$$

সুতরাং বসু-আইনস্টাইন পরিসংখ্যান অনুসারে অবস্থার তাপবলবিদ্যাসম্মত এই সম্ভাবনা হল

$$W_{BE}\ \{n_j\} = \prod_j \frac{(M_j + N_j - 1)!}{(M_j - 1)!\ N_j!} \qquad (১)$$

এই সদৃশ কোয়ান্টাম কণার সম্ভাব্য কোয়ান্টাম অবস্থাসমূহকে আইনস্টাইন প্রদর্শিত দ্বিতীয় আর একটি উপায়েও গণনা করা যায়। ধরা যাক প্রতিটি সম্ভাব্য কোয়ান্টাম অবস্থা হল দুই দেয়ালের এক একটি বাক্স যেখানে যদৃচ্ছ সংখ্যক সদৃশ কণা রাখা যায়। এদের বিন্যাসের সংখ্যা গণনা করার জন্য আমরা প্রথমে লক্ষ্য করি যে ঐ N_j

কণাকে রাখতে হবে M_j বাক্সের মধ্যে। ঐ বাক্সের দেয়ালের সংখ্যা $(M_j - 1)$ যেকোনভাবে বিন্যস্ত করা যায়। আমাদের রয়েছে $N_j + M_j - 1$ বিভিন্ন বস্তু যাদের বিন্যস্ত করতে হবে যেখানে N_j হল এক ধরনের বস্তু (কণা) এবং $(M_j - 1)$ হল আরেক ধরনের বস্তু (বাক্সের দেয়াল)। যদি আমাদের $N_j + M_j - 1$ পৃথক বস্তু থাকত তাহলে আমরা তাদের $(N_j + M_j - 1)!$ উপায়ে বিন্যস্ত করতে পারতাম। কিন্তু N_j কণা হল সদৃশ বা পার্থক্যহীন আর $(M_j - 1)$ দেয়ালগুলিও পার্থক্যহীন যার ফলে বিন্যাসের সংখ্যা কমে যাবে $N_j!\ (M_j - 1)!$ এই পরিমাণে এবং তাই আমরা পাই ১নং সমীকরণ।

এখন মোট N বোসন কণা V আয়তনে আবদ্ধ তার আদর্শ গ্যাসের তাপগতিবিদ্যাসম্মত সম্ভাবনা গণনা করতে হলে আমরা কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞানের পর্যায়বৃত্তিক (periodic) সীমানাশর্ত (boundary condition) ব্যবহার করতে পারি। কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান অনুসারে কোন প্রাতিস্বিক পরমাণু সমতলীয় তরঙ্গের কোয়ান্টাম অবস্থা থাকলে তার তরঙ্গ-অপেক্ষক হবে

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}\, e^{ik.r}$$

যেখানে $\mathbf{k}$ হল তরঙ্গ-সদিকরাশি (wave-vector) যার উপাংশত্রয় লেখা যায়

$$\mathbf{k} = 2\pi\left(\frac{n_x}{L_x}, \frac{n_y}{L_y}, \frac{n_z}{L_z}\right)$$

যেখানে L_x, L_y, L_z হল আয়তনের তিন দিকের দৈর্ঘ্য। সামগ্রিক আয়তন হল $V = L_xL_yL_z$ এবং তাই ভরবেগের $\mathbf{k}$ মহাকাশের ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র আয়তন $d^3k = dk_xdk_ydk_z$ অন্তর্ভুক্ত করে পাওয়া যায় কণার

$$\frac{V}{(2\pi)^3}\, d^3k$$

কোয়ান্টাম অবস্থা।

এইসব একক কণার কোয়ান্টাম অবস্থার প্রতিটির শক্তি হল

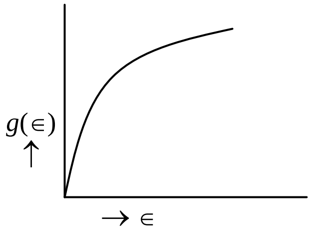
$$\in_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

যেখানে m হল কণার ভর। এখন আমরা উক্ত একক কণার কোয়ান্টাম অবস্থাকে পাতলা বর্তুলাকার খোলসে ভাগ করে ফেলতে পারি। প্রতিটি খোলসের ব্যাসার্ধ k_s এবং পুরুত্ব δk_s। যেহেতু খোলসের ঘন-আয়তন $4\pi {k_s}^2 \delta k_s$, তাই এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত একক কণার কোয়ান্টাম অবস্থার সংখ্যা হল

$$M_s = 4\pi k_s{}^2 \delta k_s \ \frac{V}{(2\pi)^3}$$

সুতরাং শক্তি $\in_s$ এবং $\in_s + \delta k_s$ এর মধ্যে কোয়ান্টাম অবস্থার মোট সংখ্যা হল

$$M_s = \frac{V m^{\frac{3}{2}} \in^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}\,\pi^2 \hbar^3}\,\delta \in_s = V g(\in_s)\delta \in_s$$



যেখানে

$$g(\in_s) = \frac{m^{\frac{3}{2}} \sqrt{\in}}{\sqrt{2}\,\pi^2 \hbar^3}$$

হল একক আয়তনে অবস্থা-ঘনত্ব যা পাশের চিত্রে $\in$-এর অপেক্ষক হিসেবে দেখানো হয়েছে।

পরিসংখ্যানভিত্তিক গতিবিদ্যার মৌলিক নীতি হল এই যে গ্যাসের সামগ্রিক এনট্রপি বা বিশৃঙ্খলতার সংখ্যা হল $S = k_B \ln W$ যেখানে k_B হল বোলৎসমান ধ্রুবক এবং W হল সামগ্রিক শক্তি E-এর অধীনে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র কণার অবস্থার সংখ্যা। এই W নির্ধারণ করতে হলে আমরা গ্যাসের N পরমাণুকে k-মহাকাশের বিভিন্ন শক্তির অবস্থায় কেমনভাবে N পরমাণুগুলি বণ্টিত হয় তা আমাদের জানা প্রয়োজন। ধরা যাক N_s পরমাণু আছে s-তম খোলসে। যেহেতু এই খোলসে M_s সংখ্যক কোয়ান্টাম অবস্থা আছে তাই আমরা এই খোলসে কোয়ান্টাম অবস্থার সামগ্রিক সংখ্যা উল্লিখিত পদ্ধতিতে গণনা করতে পারি। সমগ্র গ্যাসের ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র কণার অবস্থার সমগ্র সংখ্যা হল প্রতিটি k-মহাকাশের খোলসের মোট সংখ্যার গুণফল। অর্থাৎ

$$W = \prod_s W_s = \prod_s \frac{(N_s + M_s - 1)}{N_s!(M_s - 1)!}$$

এখন স্টার্লিং আসন্নমান $\ln W! = N\ln N - N$ ব্যবহার করে এবং যেহেতু $M_s >> 1$ তাই এনট্রপি পাওয়া যায়,

$$S = k_B \ln W = k_s \sum_s [(N_s + M_s)\ln(N_s + M_s) - N_s \ln N_s - M_s \ln M_s]$$

তাপীয় সাম্যাবস্থায় কণাগুলি এমনভাবে নিজেদের বণ্টিত হয় যাতে প্রতি শক্তি খোলসে সামগ্রিক এনট্রপি সর্বোচ্চ হয়। এটা করার জন্য N_s -কে এমনভাবে পরিবর্তিত করতে হবে যাতে কণার মোট কণাসংখ্যা

$$N = \sum_s N_s$$

ধ্রুব থাকে এবং গ্যাসের সামগ্রিক অভ্যন্তরীণ শক্তিও ধ্রুব থাকে,

$$U = \sum_s \in_s N_s$$

সুতরাং এনট্রপি S কে সর্বোচ্চ মানের করা প্রয়োজন এই শর্তের অধীনে যে N এবং U ধ্রুব। লাগ্রাঞ্জ গুণিতক পদ্ধতি ব্যবহার করে তাই আমরা লিখতে পারি,

$$\frac{\partial S}{\partial N_s} - k_B\beta\frac{\partial U}{\partial N_s} + k_B\beta\mu\frac{\partial N}{\partial N_s} = 0$$

যেখানে k_B এবং $-k_B\beta\mu$ হল দুটি লাগ্রাঞ্জ ধ্রুবক। অন্তরকলন করে

$$\ln(N_s + M_s) - \ln N_s - \beta\in_s + \beta\mu = 0$$

সুতরাং

$$N_s = \frac{1}{e^{\beta(\in_s-\mu)} - 1} M_s$$

সত্যেন্দ্রনাথ বসু এবং অ্যালবার্ট আইনস্টাইন এভাবেই বোস কণার বণ্টন সংখ্যা পেয়েছিলেন। যে-কোন একক কোয়ান্টাম অবস্থায় কণার গড় সংখ্যা হল N_s/M_s এবং তাই যে-কোন প্রাতিস্বিক বা একক কণা অবস্থা যার শক্তি $\in_s$ তার দখলদারিত্বের গড় সংখ্যা হল

$$f_{BE}(\in) = \frac{1}{e^{\beta(\in_s-\mu)} - 1}$$

যাকে বলে বসু-আইনস্টাইন বণ্টন অপেক্ষক (Bose-Einstein Distribution Function)।

এই অপেক্ষকের দুটি ধ্রুবক β এবং μ এখন নির্ধারণ করা প্রয়োজন এবং এজন্য গ্যাসের তাপগতিবিদ্যার প্রথম আইন ব্যবহার করাই যথেষ্ট,

$$d\mathrm{U} = TdS - PdV + \mu dN$$

যেখানে T হল তাপমাত্রা, P হল চাপ এবং μ রাসায়নিক বিভব যার ফলে রাসায়নিক বিক্রিয়া ঘটে।

সুতরাং $dS = (dU + PdV - \mu dN)/T$ যেখানে $S = k_B \ln W$ এবং N_s পাওয়া যাবে বসু-আইনস্টাইন বণ্টন অপেক্ষক থেকে। সুতরাং আমরা লিখতে পারি,

$$dS = \sum_s \frac{\partial S}{\partial N_s} dN_s$$

$$= k_B \beta \sum_s \left(\frac{\partial U}{\partial N_s} - \mu \frac{\partial N}{\partial N_s} \right) dN_s$$

$$= k_B \beta (dU - \mu dN)$$

অতএব $k_B\beta = 1/T$ এবং $\beta = 1/k_B T$। সুতরাং বসু-আইনস্টাইন কোয়ান্টাম পরিসংখ্যান অনুসারে বোসন কণার বণ্টন অপেক্ষক হল,

$$N = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{e^{(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu)/k_B T} - 1}$$

(৩) বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন

চিরায়ত বোলৎস্‌মান আদর্শ-গ্যাস অথবা কোয়ান্টাম ফার্মি-গ্যাসের তুলনায়, বসু-আইনস্টাইন আদর্শ গ্যাস এক অর্থে অনন্য কেননা এই গ্যাস তাপ-গতিবিদ্যার দশা পরিবর্তন প্রদর্শন করে যাকে বলে বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন (Bose-Einstein Condensation)। এটা বাস্তবিকই অনন্যসাধারণ এই অর্থে যে এই দশাপরিবর্তন ঘটে সম্পূর্ণ **বিক্রিয়াহীন কণার** মধ্যে যা এক কথায় অত্যন্ত এক বিরল প্রতিভাস। দশা-পরিবর্তন ঘটে বোস-কণার বিশেষ পরিসংখ্যানের ফলে, তাদের কোন বিক্রিয়ার ফলে নয়।

এই দশা পরিবর্তনে সব তাপগতিবিদ্যাজনিত চলকগুলির চরিত্রে একটা হঠাৎ পরিবর্তন আসে। এটা যে তাপমাত্রায় ঘটে তাকে বলে সংকট তাপমাত্রা T_c। এখানে "ঘনীভবন" শব্দ ব্যবহার করা হয় সাধারণ তরল-গ্যাস দশা পরিবর্তনের সঙ্গে তুলনা করে যেখানে গ্যাসের সম্পৃক্ত (saturated) বাষ্পের মধ্য থেকে তরলের ফোঁটা জমাট বেঁধে নিঃসৃত হয়। একইভাবে বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবনের (BEC-এর) সংকট তাপমাত্রার নিচে "সাধারণ গ্যাস" কণাগুলি সহাবস্থানে শান্ত সাম্যাবস্থায় থাকে ঘনীভূত কণাগুলির সঙ্গেই। কিন্তু সাধারণ তরল ফোঁটার মতো না হয়ে, এখানে বসু-আইনস্টাইন কণাগুলি সাধারণ কণা থেকে আলাদা হয়ে চলে যায় না আমাদের পরিচিত ত্রিমাত্রিক মহাকাশে। বরং তারা পৃথক হয় তথাকথিত ভরবেগ মহাকাশে (momentum space)। ভরবেগ মহাকাশে ঘনীভূত কণাগুলি সকলে একটিমাত্র কোয়ান্টাম অবস্থা দখল করে থাকে যার শক্তি ও ভরবেগ শূন্য কিন্তু ঐ অবস্থায় অন্যসব সাধারণ কণাগুলি সসীম ভরবেগ নিয়েই গতিশীল থাকে।

তাপগতিবিদ্যার সীমানায়, $V \to \infty$ এবং তাই সম্ভাব্য **k**-এর মানগুলি নিরবচ্ছিন্ন হয়ে যায় যার ফলে যোগ চিহ্নের জায়গায় আমরা সমাকলন চিহ্ন ব্যবহার করতে পারি,

$$\sum_{\mathbf{k}} \to \int \frac{V}{(2\pi)^3} d^3k$$

সুতরাং কণার সামগ্রিক সংখ্যা হল,

$$N = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/k_B T} - 1} d^3k$$

এবং কণা-ঘনত্ব হল,

$$n = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/kT} - 1} d^3k$$

এখন প্রতি একক ঘন-আয়তনে কণা-ঘনত্ব $g(\in)$ রাশি প্রবর্তন করে আমরা লিখতে পারি,

$$n = \int_0^\infty \frac{1}{e^{(\in - \mu)/kT} - 1} g(\in) d\in$$

এই সমীকরণ সংজ্ঞায়িত করে কণা ঘনত্বকে তাপমাত্রা এবং রাসায়নিক বিভবের অপেক্ষক $n(T, \mu)$ হিসেবে। সাধারণত আমাদের সংখ্যা ঘনত্ব n জানা থাকে। কিন্তু তার অনুষঙ্গী রাসায়নিক বিভব আমরা জানতে চাই। সুতরাং উপরোক্ত সমীকরণ থেকে আমরা রাসায়নিক বিভব $\mu\ (T, n)$ পাই তাপমাত্রা এবং কণা ঘনত্ব n-এর অপেক্ষক হিসেবে।

এখন মাত্রাহীন চলক রাশি $z = e^{\mu/kT}$ প্রবর্তন করা যায় যাকে বলে ক্ষণিকতা (fugacity) এবং চলক $x = \beta\in$ প্রবর্তন করে আমরা লিখতে পারি,

$$n = \frac{(mk_B T)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\,\pi^2 h^3} \int_0^\infty \frac{ze^{-x}}{1 - ze^{-x}} \sqrt{x}\, dx$$

সমাকলনের মান নির্ধারণের জন্যে আমরা প্রসারণ করে লিখি,

$$\frac{ze^{-x}}{1 - ze^{-x}} = ze^{-x}(1 + ze^{-x} + z^2 e^{-2x} + \ldots)$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} z^p\ e^{-px}$$

এই প্রসারণ স্পষ্টতই অভিসারী (convergent) যখন z-এর মান ১ এর কম। এখন সমাকলনে এটা ব্যবহার করা যায় যেহেতু

$$\int_0^\infty e^{-px}\sqrt{x}\,dx = \frac{1}{p^{\frac{3}{2}}}\int_0^\infty e^{-y}\sqrt{y}\,dy$$

$$= \frac{1}{p^{\frac{3}{2}}}\frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

কেননা গামা অপেক্ষক

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty y^{t-1}e^{-y}dy$$

যার মান হল

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \sqrt{\pi}/2$$

সুতরাং কণা সংখ্যা-ঘনত্ব এখন পাওয়া যায় ক্ষণিকতা z-এর অপেক্ষক হিসেবে,

$$n = \left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} g_{\frac{3}{2}}(z)$$

যেখানে

$$g_{\frac{3}{2}}(z) = \sum_{p=1}^{\infty}\frac{z^p}{p^{\frac{3}{2}}}$$

সহজেই দেখানো যায় যে এই অনুক্রমটি অভিসারী যখন $|z| < 1$ কিন্তু অপসারী যখন $|z| > 1$। কিন্তু $z = 1$ বিন্দুতে এটা ঠিকই অভিসারী।

$$g_{\frac{3}{2}}(1) = \sum_{p=1}^{\infty}\frac{1}{p^{\frac{3}{2}}} = \zeta\left(\frac{3}{2}\right) = 2.612$$

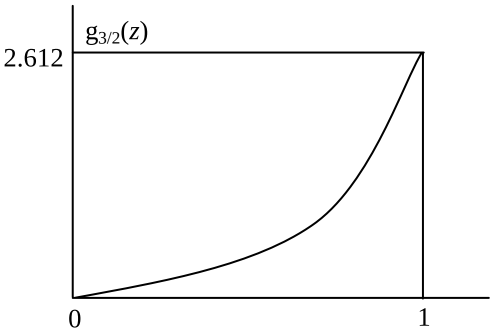
যেখানে

$$\zeta(s) = \sum_{p=1}^{\infty}\frac{1}{p^s}$$

বিখ্যাত রিমান জেটা অপেক্ষক। অন্যদিকে $z = 1$ বিন্দুতে এই অপেক্ষকের রয়েছে অসীম অন্তরকলন কেননা

$$\frac{dg_{\frac{3}{2}}(z)}{dz} = \frac{1}{z}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{z^p}{p^{\frac{1}{2}}}$$

যা $z = 1$ বিন্দুতে অপসারী। এই $g_{\frac{3}{2}}(z)$ অপেক্ষক $z = 0$ এবং $z = 1$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে নিম্নের চিত্রের মতো দেখতে,



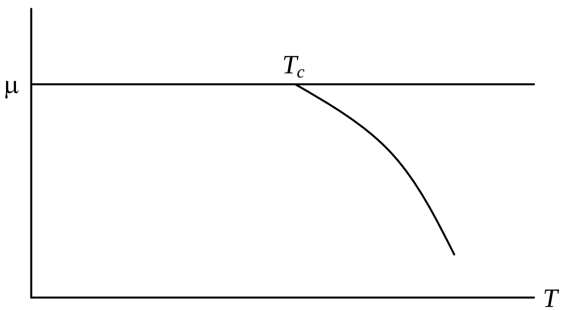
এখন z-এর মান নির্ধারণ করা হয় নিম্নের সমীকরণ থেকে

$$g_{\frac{3}{2}}(e^{\beta\mu}) = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_BT}\right)^{\frac{3}{2}}.n$$

উচ্চ তাপমাত্রা বা স্বল্প-ঘনত্বে এই সমীকরণের ডানদিক ক্ষুদ্র এবং যেহেতু z ক্ষুদ্র হলে $g_{\frac{3}{2}}(z) \cong z + \ldots$ । তাই

$$\mu = -\frac{3}{2}k_BT\ln\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2 n^{\frac{2}{3}}}\right)$$

এর থেকে ঋণাত্মক রাসায়নিক বিভব পাওয়া যায়।



অন্যদিকে স্বল্প তাপমাত্রায় গ্যাসকে শীতল করলে, z-এর মান ক্রমশ বৃদ্ধি পায় এবং চূড়ান্ত পর্যায়ে তা ১-এর সমান হয়। এই বিন্দুতে রাসায়নিক বিভব μ হয়ে যায় শূন্য। যে তাপমাত্রায় এটা ঘটে (ঘনত্ব n স্থির রেখে), তাকে বলে সংকট তাপমাত্রা T_c,

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B}\left(\frac{n}{2.612}\right)^{\frac{2}{3}}$$

কেননা $g_{\frac{3}{2}}(z)$ এর মান তখন সর্বোচ্চ 2.612। এই সংকট তাপমাত্রা T_c হল BEC বা বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন তাপমাত্রা।

গ্যাসকে T_c তাপমাত্রার নিচে শীতল করলে কি হয়?

গণিতের অমোঘ প্রয়োগের ফলেই মনে হয় আইনস্টাইন দিব্যদৃষ্টি দিয়েই বুঝেছিলেন যে যখনই রাসায়নিক বিভব μ শূন্য হয়ে যায় তখনই সর্বনিম্ন শক্তির কোয়ান্টাম অবস্থায় কণার সংখ্যা হয়ে যায় অসীম!

আরো সঠিকভাবে বলা যায় যে গ্যাসের N সামগ্রিক কণাসংখ্যার মধ্য থেকে একটা "বৃহতের সংখ্যা' (macroscopic number) N_0 পাওয়া যায় যাকে বলে দখলদারিত্বের এক বিশেষ সংখ্যা। এখানে একটিমাত্র কোয়ান্টাম অবস্থা থাকে যার শক্তি $\in_{\mathbf{k}} = 0$। বৃহতের সংখ্যা বলতে আমরা এটাই বুঝি যে N_0 হল সমগ্র ব্যবস্থার ঘন আয়তনের সমানুপাতিক যার ফলে সব কণার একটা সসীম ভগ্নাংশ (N_0/N) থাকে এই **একটিমাত্র কোয়ান্টাম অবস্থায়**। মনে রাখা দরকার যে আমরা তাপগতিবিদ্যার প্রান্তিক সীমানা $V \to \infty$ ব্যবহার করছি। বসু-আইনস্টাইন বণ্টন অপেক্ষক ভবিষ্যদ্বাণী করে $\in_{\mathbf{k}} = 0$ অবস্থার জন্য যে দখলদারিত্বের সংখ্যা, তা হল,

$$N_0 = \frac{1}{e^{-\beta\mu} - 1} \qquad\qquad \beta = k_B T$$

সুতরাং

$$\mu = -k_B T \ln\left(1 + \frac{1}{N_0}\right)$$

$$\cong -k_B T\left(\frac{1}{N_0}\right)$$

যদি কণাগুলির একটি সসীম ভগ্নাংশ সর্বনিম্ন অবস্থায় থাকে, তাহলে যখন $V \to \infty$ তখন $N \to \infty$ এবং তাই $\mu \to 0$। সুতরাং BEC তাপমাত্রা T_c-এর নীচে রাসায়নিক বিভব কার্যকরভাবে শূন্য।

সুতরাং T_c বিন্দুর নিচে আমাদের $k = 0$ বিন্দু পৃথকভাবে বিবেচনা করা প্রয়োজন এবং তাই আমরা লিখি,

$$N = N_0 + \sum_{\mathbf{k}\neq 0} \frac{1}{e^{\beta\epsilon_k} - 1}$$

যেখানে রাসায়নিক বিভব μ শূন্য। আবার যোগফলের জায়গায় সমাকলন চিহ্ন ব্যবহার করে ($k = 0$ শূন্য বাদ দিয়ে), কণা ঘনত্ব এখন হয়,

$$n = n_0 + \frac{(mk_BT)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\,\pi^2 h^3} \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} \sqrt{x}\, dx$$

পূর্বের পদ্ধতি অনুসরণ করে সমাকলনের মান পাওয়া যায় $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$ এবং তাই $T < T_c$ এর জন্য আমরা পাই

$$n = n_0 + 2.612\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

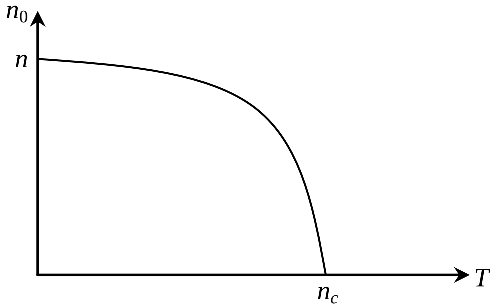
কণা ঘনত্ব n কে ঘনীভূত ঘনত্ব (condensete density, n_0) এবং সাধারণ ঘনত্ব n_n এই দুইভাবে ভাগ করা যায়

$$n = n_0 + n_n$$

ঘনীভূত অবস্থায় কণার ভগ্নাংশ লেখা যায়,

$$\frac{n_0}{n} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{\frac{3}{2}}$$

যা নিচের চিত্রে দেখানো হয়েছে,



এই প্রকাশ থেকে এটা স্পষ্ট যে $T = 0$ বিন্দুতে সব কণা তাদের সর্বনিম্নাবস্থায় থাকে যার ফলে $n_0 = n$ কিন্তু তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে, n_0 ক্রমাগত কমে যায় এবং তা সংকট তাপমাত্রা T_c-তে শূন্য হয়ে যায় এবং T_c-এর উপরেও তা শূন্য।

বসু-গ্যাসের অন্যান্য তাপগতীয় রাশিগুলি গণনা করা যায় আসন্নমান ছাড়াই। উদাহরণস্বরূপ, গ্যাসের সামগ্রিক অভ্যন্তরীণ শক্তি হল,

$$U = V\int_0^\infty \frac{\in}{e^{\beta(\in-\mu)}-1} g(\in)d\in$$

$$= V(k_BT)^{\frac{3}{2}} \frac{m^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\,\pi^2\hbar^2} \int_0^\infty \frac{ze^{-x}}{1-ze^{-x}} x^{\frac{3}{2}}dx$$

সুতরাং প্রতি কণার গড় শক্তি হল,

$$u = \frac{U}{N} = \frac{3}{2}k_BT \frac{g_{\frac{5}{2}}(z)}{g_{\frac{3}{2}}(z)} \qquad T > T_c$$

$$= \frac{3}{2}k_B \frac{T^{\frac{5}{2}}}{T_c^{\frac{3}{2}}} \frac{g_{\frac{5}{2}}(1)}{g_{\frac{3}{2}}(1)} \qquad T < T_c$$

এখানে $g_{\frac{5}{2}}(z)$ অপেক্ষকের সংজ্ঞা হল,

$$g_{\frac{5}{2}}(z) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{z^p}{p^{\frac{5}{2}}}$$

এবং $g_{\frac{5}{2}}(1)$ হল $\zeta({}^5/_2) = 1.342$ ।

যখন T এর মান T_c-এর অনেক বড় তখন আমরা পাই সাধারণ বোস গ্যাস এবং

$$u = \frac{3}{2}k_BT$$

কেননা $g_{\frac{5}{2}}(z)$ এবং $g_{\frac{3}{2}}(z)$ উভয়ই z এর সমান যখন z ক্ষুদ্র। স্পষ্টতই এটাই চিরায়ত আদর্শ গ্যাসের প্রতিকণার শক্তি এবং এর অর্থ এই যে কণার বোস-আইনস্টাইন পরিসংখ্যান নিষ্প্রয়োজনীয় হয়ে যায় যখন $T >> T_c$।

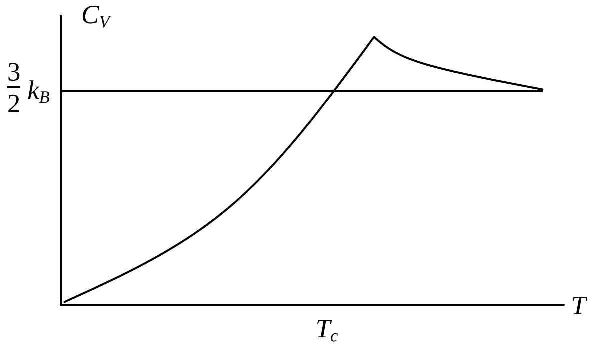
গ্যাসের তাপ সক্ষমতা (heat capacity) আলোচনা করলে আমরা দেখি যে T_c হল বাস্তবিকই একটি তাপজাতীয় দশা পরিবর্তনের তাপমাত্রা। তাপ সক্ষমতা C_V এর সংজ্ঞা হল প্রতিকণার জন্য,

$$C_V = \frac{\partial u}{\partial T}$$

সুতরাং যখন $T >> T_c$ তখন $C_V \sim \frac{3}{2} k_B$ চিরায়ত আদর্শ গ্যাসেরই মতো এবং

$$C_V = \frac{15}{4} \frac{g_{\frac{5}{2}}(1)}{g_{\frac{3}{2}}(1)} \left(\frac{T}{T_c}\right)^{\frac{3}{2}} . k_B$$

যখন T হয় T_c এর কম। এটা নিম্নে দেখানো হল। সুতরাং তাপ সক্ষমতার অপেক্ষকে



একটা CUSP বা আনতি slope থাকে বা একটা বিচ্ছিন্নতা (discontinuity) থাকে। এর অর্থ হল এই যে T_c বিন্দুতে মুক্ত শক্তি (free energy) আর বিশে- ষণধর্মী (analytic) থাকে না এবং তাই BEC হল বাস্তবিকই একটি তাপগতিবিদ্যার দশা-পরিবর্তন। এই BEC দশা পরিবর্তন আসলেই প্রথম পর্যায়ের দশা-পরিবর্তন। অন্যান্য তাপগতীয় বৈশিষ্ট্য যেমন এনট্রপি বা চাপও গণনা করা যায়। সে যাই হোক, T_c তাপমাত্রার নিচে যে-কোন তাপমাত্রায় আমরা পাই **দুটি সুস্পষ্ট ভিন্ন দশার গ্যাসের মিশ্রণ**। এ কারণেই বসু-আইনস্টাইন ঘনীভবন একটা সত্যিকারের আশ্চর্যজনক অনন্যসাধারণ বিরল ভৌত প্রতিভাস।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ১৭-৩০

সাধারণ সমান্তর এবং গুণোত্তর ধারার সংখ্যার ক্রম

অধ্যাপক ড. এস. এম. শহীদুল ইসলাম
গণিত বিভাগ, হাজী মোহাম্মদ দানেশ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়
দিনাজপুর, বাংলাদেশ

অধ্যাপক ড. আব্দুল্লাহ আল কাফী মজুমদার
বেপ্পু-শি ওজা, রিন্যাস বেপ্পু # ২০৫, বেপ্পু-শি ৮৭৪-০৮৪২, জাপান

বিমূর্তঃ সম্প্রতি জাং এবং জাং [১] একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রমের তত্ত্ব প্রদান করেন। এখানে আমরা তাঁদের তত্ত্বটিকে গুনোত্তর ধারায় সম্প্রসারিত করি। অবশ্য আমরা তাঁদের কিছু সূত্রকে সহজ এবং সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করি।

কীওয়ার্ডঃ ক্রম, পর্যায়ক্রমিক ক্রম, সাধারণ অন্তর, সাধারণ অনুপাত, সাধারণ পদ ও যোগফল।

১। ভূমিকা

সম্প্রতি জাং এবং জাং [১] একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট্য সমান্তর ধারার সংখ্যার ক্রম এবং দুইটি সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রমের ধারণা প্রদান করেন। এই গবেষণাপত্রে, আমরা তাঁদের ধারণাটিকে একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট গুণোত্তর ধারার সংখ্যার ক্রমে এবং দুইটি সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রমে সম্প্রসারিত করি।

এটা করার জন্যে আমরা জাং এবং জাং [১] এর ফলাফল গুলি অনুচ্ছেদ ২ এবং অনুচ্ছেদ ৪ এ পর্যালোচনা করি। আমরা তাঁদের কিছু ফলাফল এবং প্রমাণ সহজ আকারে উপস্থাপন করি। অনুচ্ছেদ ৩ এ একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রমের ধারণা প্রদান করা হয়। আমরা ক্রমটির সাধারণ পদ a_n এবং প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল S_n নির্ণয় করি। অনুচ্ছেদ ৫-এ দুইটি সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট গুণোত্তর ধারার সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রম নিয়ে কাজ করা হয়।

২। একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম

জাং এবং জাং [১] নিম্নরূপে একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রমের সংজ্ঞা প্রদান করেন।

সংজ্ঞা ২.১ঃ ক্রম $\{a_n\}$ কে দুইটি পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম বলা হবে যদি তা নিচের শর্তগুলো মেনে চলেঃ

(১) সকল $k \in \mathbf{N}$ জন্যে, $a_{2k} - a_{2k-1} = d_1$,

(২) সকল $k \in \mathbf{N}$ জন্যে, $a_{2k+1} - a_{2k} = d_2$,

যেখানে, d_1 এবং d_2 হলো দুইটি ধ্রুব সংখ্যা যাদেরকে যথাক্রমে ক্রমটির প্রথম সাধারণ অন্তর এবং দ্বিতীয় সাধারণ অন্তর বলা হয়।

তত্ত্ব ২.১: ধরি d_1 এবং d_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম হলো $\{a_n\}$। তাহলে সকল $k \geq 1$ এর জন্য নিচের শর্তগুলো সত্য:

(১) $a_{2k-1} = a_1 + (k-1)(d_1 + d_2)$, (২.১)

(২) $a_{2k} = a_1 + kd_1 + (k-1)d_2$। (২.২)

প্রমাণ: সংজ্ঞা ২.১ এর শর্ত দুইটি যোগফল হলো:

$a_{2i+1} - a_{2i-1} = d_1 + d_2$, সকল $i \geq 1$ জন্য।

সুতরাং,

$$\sum_{i=1}^{k-1} (a_{2i+1} - a_{2i-1}) = (k-1)(d_1 + d_2)$$

বা, $a_{2k-1} - a_1 = (k-1)(d_1 + d_2)$

অতএব, $a_{2k-1} = a_1 + (k-1)(d_1 + d_2)$।

অনুরূপভাবে, $a_{2k} = a_{2k-1} + d_1 = a_1 + kd_1 + (k-1)d_2$।

অনুসিদ্ধান্ত ২.১: ধরি d_1 এবং d_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম হলো $\{a_n\}$। তাহলে

$$a_n = a_1 + \left[\frac{n}{2}\right] d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right] d_2,$$

যেখানে, $[x]$ হলো x এর সমান বা ছোট সর্বোচ্চ পূর্ণ সংখ্যা।

প্রমাণ: যদি n বিজোড় সংখ্যা হয়, তবে পূর্ণ সংখ্যা $k \geq 1$ এর জন্যে $n = 2k - 1$। তাহলে,

$$\left[\frac{n-1}{2}\right] = k - 1 = \left[\frac{n}{2}\right]$$

এবং শর্ত (২.১) হতে পাই,

$$a_{2k-1} = a_n = a_1 + (k-1)d_1 + (k-1)d_2 = a_1 + \left[\frac{n}{2}\right] d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right] d_2 ।$$

যদি n জোড় সংখ্যা হয়, তবে পূর্ণ সংখ্যা $k \geq 1$ এর জন্যে $n = 2k$। তাহলে

$$\left[\frac{n}{2}\right] = k,\ \left[\frac{n-1}{2}\right] = k-1,$$

এবং শর্ত (২.২) হতে পাই,

$$a_{2k} = a_n = a_1 + kd_1 + (k-1)d_2 \ = a_1 + \left[\frac{n}{2}\right] d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right] d_2 \text{ ।}$$

তত্ত্ব ২.২: ধরি d_1 এবং d_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম হলো $\{a_n\}$, এবং $\{S_n\}$ হলো ঐ ক্রমের n-তম আংশিক সমষ্টি। তাহলে সকল $k \in \mathbf{N}$ এর জন্যে

$$S_{2k-1} = (2k-1)a_1 + (k-1)\{k\, d_1 + (k-1)]\, d_2\}, \tag{২.৩}$$

$$S_{2k} = 2ka_1 + k\{k\, d_1 + (k-1)\, d_2\} \text{ ।} \tag{২.৪}$$

প্রমাণ: যেহেতু,

$$S_{2k} = \sum_{i=1}^{2k} a_i = \sum_{i=1}^{k} (a_{2i-1} + a_{2i}) \text{ ।}$$

তত্ত্ব ২.১ ব্যবহার করে,

$$S_{2k} = \sum_{i=1}^{k} \{2a_1 + (2i-1)d_1 + 2(i-1)d_2\} = 2ka_1 + k^2\, d_1 + k(k-1)\, d_2 \text{ ।}$$

সরলিকরণ করে,

$$S_{2k-1} = S_{2k} - a_{2k} = (2k-1)a_1 + k(k-1)d_1 + (k-1)^2\, d_2 \text{ ।}$$

অনুসিদ্ধান্ত ২.২: ধরি d_1 এবং d_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম হলো $\{a_n\}$। তাহলে

$$S_n = na_1 + \left[\frac{n}{2}\right] \left(\left[\frac{n+1}{2}\right] d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right] d_2 \right) \text{ ।}$$

প্রমাণ: যদি n বিজোড় সংখ্যা হয়; পূর্ণ সংখ্যা $k \geq 1$ এর জন্যে ধরি $n = 2k - 1$। তাহলে

$$\left[\frac{n}{2}\right] = k-1 = \left[\frac{n-1}{2}\right],\ \left[\frac{n+1}{2}\right] = k$$

শর্ত (২.৩) ব্যবহার করে,

$$S_{2k-1} = S_n = (2k-1)a_1 + (k-1)\{k\, d_1 + (k-1)d_2\}$$
$$= na_1 + \left[\frac{n}{2}\right]\left(\left[\frac{n+1}{2}\right]d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right]d_2\right)।$$

যদি n জোড় সংখ্যা হয়; পূর্ণ সংখ্যা $k \geq 1$ এর জন্যে ধরি $n = 2k$। তাহলে

$$\left[\frac{n}{2}\right] = k = \left[\frac{n+1}{2}\right], \left[\frac{n-1}{2}\right] = k-1,$$

এবং শর্ত (২.৪) ব্যবহার করে,

$$S_{2k} = S_n = 2ka_1 + k\{k\, d_1 + (k-1)\, d_2\}$$
$$= na_1 + \left[\frac{n}{2}\right]\left(\left[\frac{n+1}{2}\right]d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right]d_2\right)।$$

৩। একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম

নিচে একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম সংজ্ঞায়িত করা হয়।

সংজ্ঞা ৩.১: ক্রম $\{a_n\}$ কে দুইটি পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম বলা হবে যদি তা নিচের শর্তগুলো মেনে চলে:

(১) সকল $k \in \mathbf{N}$ জন্যে, $\dfrac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = r_1,$

(২) সকল $k \in \mathbf{N}$ জন্যে, $\dfrac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = r_2,$

যেখানে, r_1 এবং r_2 হলো দুইটি ধ্রুব সংখ্যা যাদেরকে যথাক্রমে ক্রমটির প্রথম সাধারণ অনুপাত এবং দ্বিতীয় সাধারণ অনুপাত বলা হয়।

তত্ত্ব ৩.১: ধরি r_1 এবং r_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম $\{a_n\}$। তাহলে সকল $k \geq 1$ জন্য নিচের শর্তগুলো সত্য:

(১) $a_{2k-1} = a_1(r_1\, r_2)^{k-1},$ (৩.১)

(২) $a_{2k} = a_1\, r_1^{\,k}\, r_2^{\,k-1}$। (৩.২)

প্রমাণ: সংজ্ঞা ৩.১ হতে সকল $k \geq 1$ জন্যে পাই,

$$\frac{a_{2k+1}}{a_{2k-1}} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} \cdot \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = r_1\, r_2 \text{ ।} \qquad (৩,৩)$$

সুতরাং,

$$\frac{a_{2k-1}}{a_{2k-3}} \cdot \frac{a_{2k-3}}{a_{2k-5}} \cdots \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{1} = (r_1 r_2).(r_1 r_2) \ldots (r_1 r_2) = (r_1 r_2)^{k-1},$$

যেন, $a_{2k-1} = a_1 (r_1 r_2)^{k-1}$ । তাহলে,

$$a_{2k} = r_1 a_{2k-1} = a_1 r_1^{k} r_2^{k-1} \text{ ।}$$

অনুসিদ্ধান্ত ৩.১: ধরি r_1 এবং r_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম $\{a_n\}$ । তাহলে $\{a_{2n-1}\}$ এবং $\{a_{2n}\}$ উভয়েই $r_1 r_2$ সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম।

প্রমাণ: শর্ত (৩.৩) হতে দেখা যায় যে, $\{a_{2n-1}\}$ হলো একটি গুণোত্তর ধারা যাহার সাধারণ অনুপাত $r_1 r_2$ । আবার যেহেতু সকল $k \geq 1$ জন্যে

$$\frac{a_{2k+2}}{a_{2k}} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} \cdot \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = r_1 r_2,$$

সেহেতু $\{a_{2n}\}$ টিও একটি গুণোত্তর ধারা যাহার সাধারণ অনুপাত $r_1 r_2$ ।

তত্ত্ব ৩.২: ধরি r_1 এবং r_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম হলো $\{a_n\}$ এবং $\{S_n\}$ হলো ঐ ক্রমের n-তম আংশিক সমষ্টি। তাহলে সকল $n \geq 1$ জন্যে নিচের শর্তগুলো সত্য:

(১) $$S_{2n-1} = \frac{a_1}{1 - r_1 r_2} [1 - (r_1 r_2)^n + r_1 \{1 - (r_1 r_2)^{n-1}\}],$$

(২) $$S_{2n} = \frac{a_1}{1 - r_1 r_2} [1 - (r_1 r_2)^n](1 + r_1) \text{ ।}$$

প্রমাণ: সংজ্ঞা হতে,

$$S_{2n-1} = \sum_{i=1}^{2n-1} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_{2i-1} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{2i} \text{ ।}$$

তত্ত্ব ৩.১ ব্যবহার করে,

$$S_{2n-1} = \sum_{i=1}^{n} a_1 (r_1 r_2)^{i-1} + \sum_{i=1}^{n-1} a_1 r_1^{i} r_2^{i-1} = a_1 \frac{1 - (r_1 r_2)^{n-1}}{1 - r_1 r_2} + a_1 r_1 \frac{1 - (r_1 r_2)^{n-1}}{1 - r_1 r_2},$$

যাহা বীজগণিতীয় সরলিকরনের পর S_{2n-1} এর কাঙ্ক্ষিত অভিব্যক্তি প্রদান করে। সুতরাং,

$$S_{2n}=S_{2n-1}+a_{2n}=\frac{a_1}{1-r_1r_2}[1-(r_1r_2)^n+r_1\{1-(r_1r_2)^{n-1}]+a_1r_1{}^n r_2{}^{n-1}$$

$$=\frac{a_1}{1-r_1r_2}[1-(r_1r_2)^n](1+r_1)।$$

তত্ত্ব ৩.৩: ধরি r_1 এবং r_2 পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম $\{a_n\}$ এবং $|r_1 r_2|<1$। তাহলে অসীম ধারা $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ অভিসারী এবং $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 \frac{1+r_1}{1-r_1 r_2}$

প্রমাণ: তত্ত্ব ৩.২ দেখাও যে, ক্রম $\{S_{2n-1}\}_{n=1}^{\infty}$ এবং $\{S_{2n}\}_{n=1}^{\infty}$ উভয়েই অভিসারী এবং $\lim_{n\to\infty} S_{2n-1} = a_1 \frac{1+r_1}{1-r_1 r_2} = \lim_{n\to\infty} S_{2n}$.

৪। দুইটি সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রম

জাং এবং জাং [১] নিম্নরূপে দুইটি সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রমের সংজ্ঞা প্রদান করেন।

সংজ্ঞা ৪.১: দুইটি সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম $\{a_n\}$ কে p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম বলা হবে যদি তা নিচের দুইটি শর্ত মেনে চলে:

(১) সকল $k = 1, 2, 3, \ldots,$ এর জন্যে $a_{(k-1)p+1}, a_{(k-1)p+2}, \ldots, a_{kp}$ হলো d_1 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট একটি (অসীম) সমান্তর ধারা,

(২) সকল $k=1,2,3,\ldots,$ এর জন্যে $a_{kp+1}=a_{kp}+d_3$,

যেখানে, $p\ (>1)$ এবং d_1, d_3 হলো ধ্রুব সংখ্যা।

জাং এবং জাং [১] এই ক্রমের জন্যে a_n এবং S_n এর অভিব্যক্তি নির্ণয় করেন কিন্তু তা বেশ জটিল। নিচের স্বত:সিদ্ধের ভিত্তিতে আমরা এই ক্রমের জন্যে a_n এবং S_n এর অভিব্যক্তি নির্ণয় করি যা তত্ত্ব ৪.৪ এবং তত্ত্ব ৪.৫ এ সন্নিবেশিত হয়েছে।

$$d_3=d_1+d_2। \tag{৪.১}$$

যে কোন d_1 এবং d_3 এর জন্যে আমরা স্বত:সিদ্ধ (৪.১) হতে d_2 এর মান বের করতে পারি। জাং এবং জাং [১] অনুযায়ী ১ম p সংখ্যক পদ $\{a_1, a_2, \ldots, a_p\}$, ২য় p সংখ্যক পদ $\{a_{p+1}, a_{p+2}, \ldots, a_{2p}\}$, …, এবং k-তম p সংখ্যক পদ $\{a_{(k-1)p+1}, a_{(k-1)p+2}, \ldots, a_{kp}\}$। প্রত্যেক দলের সংখ্যাগুলো সমান্তর ধারাভুক্ত যাহার সাধারণ অন্তর d_1। সুতরাং k-তম দলের সংখ্যার ক্ষেত্রে

$$a_{kp}=a_{(k-1)p+1}+(p-1)d_1। \tag{৪.২}$$

তত্ত্ব ৪.১: ধরি d_1 এবং d_2 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$ । তাহলে সকল $k = 1, 2, 3, \ldots,$ এর জন্যে

$$a_{kp} = a_1 + (kp-1)d_1 + (k-1)d_2 \text{ ।}$$

প্রমাণ: k এর ভিত্তিতে গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে প্রমাণটি করা হয়েছে। $k = 1$ এর জন্যে ইহা স্পষ্টতই সত্য। সুতরাং ধরি তত্ত্বটি একটি নির্দিষ্ট $k\ (> 1)$ এর জন্যে সত্য। এখন,

$$a_{(k+1)p} = a_{kp+1} + (p-1)d_1 \text{ ।}$$

কিন্তু, $a_{kp+1} = a_{kp} + d_1 + d_2$ ।

অতএব, আরোহ পদ্ধতির অনুমানের জন্যে

$$\begin{aligned} a_{(k+1)p} &= (a_{kp} + d_1 + d_2) + (p-1)d_1 \\ &= \{a_1 + (kp-1)d_1 + (k-1)d_2\} + pd_1 + d_2 \\ &= a_1 + \{(k+1)p-1\}d_1 + kd_2, \end{aligned}$$

যাহা $k+1$ এর জন্যে সত্য অর্থাৎ তত্ত্বটি প্রমাণিত।

তত্ত্ব ৪.২: ধরি d_1 এবং d_2 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$ এবং কিছু $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ এর জন্যে $(k-1)p + 1 \leq \ell \leq kp$ । তাহলে, $a_\ell = a_1 + (\ell - 1)d_1 + (k-1)d_2$ ।

প্রমাণ: $(k-1)p + 1 \leq \ell \leq kp$ হতে পাই

$$a_\ell = a_{(k-1)p+1} + [\ell - (k-1)p - 1)d_1 \text{ ।}$$

কিন্তু, তত্ত্ব ৪.১ হতে পাই,

$$\begin{aligned} a_{(k-1)p+1} &= a_{(k-1)p} + d_1 + d_2 \\ &= [a_1 + \{(k-1)p-1\}d_1 + (k-2)d_2] + d_1 + d_2 \\ &= a_1 + (k-1)p\, d_1 + (k-1)d_2 \text{ ।} \end{aligned}$$

অতএব, পরিশেষে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} a_\ell &= \{a_1 + (k-1)p\, d_1 + (k-1)d_2\} + \{\ell - (k-1)p - 1\}d_1 \\ &= a_1 + (\ell - 1)d_1 + (k-1)d_2 \text{ ।} \end{aligned}$$

তত্ত্ব ৪.৩: কিছু $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ এবং $p \geq 2$ এর জন্যে ধরি $(k-1)p + 1 \leq \ell \leq kp$ । তাহলে

$$k=\left[\frac{\ell-1}{p}\right]+1 \text{।}$$

প্রমান: প্রদত্ত অভেদ হতে পাই,

$$k-1\le\frac{\ell-1}{p},\ k\ge\frac{\ell}{p} \text{।}$$

যেহেতু k, p এবং ℓ ধনাত্বক পূর্ণ সংখ্যা, সেহেতু,

$$k-1=\left[\frac{\ell-1}{p}\right] \text{।}$$

তত্ত্ব ৪.৪: ধরি d_1 এবং d_2 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার $p\ (\ge 2)$ পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$। তাহলে

$$a_n=a_1+(n-1)d_1+\left[\frac{n-1}{p}\right]d_2 \text{।}$$

প্রমাণ: তত্ত্ব ৪.২ এবং তত্ত্ব ৪.৩ এর সাহায্যে সহজে প্রমাণ করা যায়।

তত্ত্ব ৪.৫: ধরি d_1 এবং d_2 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার $p\ (\ge 2)$ পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$ এবং $\{S_n\}$ হলো ঐ ক্রমের n-তম আংশিক সমষ্টি। তাহলে

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d_1+\left[\frac{n-1}{p}\right]\left\{n-\frac{p}{2}\left(\left[\frac{n-1}{p}\right]+1\right)\right\}d_2$$

প্রমান: সংজ্ঞা হতে

$$S_n=\sum_{i=1}^{n}a_i=\sum_{i=1}^{n}\left\{a_1+(i-1)d_1+\left[\frac{i-1}{p}\right]d_2\right\} \text{(তত্ত্ব ৪.৪ এর সাহায্যে)}$$

$$=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d_1+d_2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-1}{p}\right] \text{।}$$

সকল $k\in\{1,2,3,\ldots\}$ এর জন্যে ধরি $(k-1)p+1\le n\le kp$। তাহলে,

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-1}{p}\right]=\sum_{i=1}^{k-1}\ \sum_{j=(i-1)p+1}^{ip}\left[\frac{j-1}{p}\right]+\sum_{i=(k-1)p+1}^{n}\left[\frac{i-1}{p}\right] \text{।}$$

লক্ষণীয় যে, সকল $(i-1)p+1 \le j \le ip$ এর জন্যে $\left[\frac{j-1}{p}\right]=i-1$। সুতরাং

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{i-1}{p}\right]=\sum_{i=1}^{k-1}p(i-1)+\{n-(k-1)p\}(k-1)$$

$$=p\frac{(k-2)(k-1)}{2}+\{n-(k-1)p\}(k-1)$$

$$=n(k-1)-\frac{p}{2}k(k-1)$$

$$=(k-1)\{n-\frac{p}{2}k\}\text{।}$$

অতএব, $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d_1+(k-1)\{n-\frac{p}{2}k\}d_2$।

এভাবেই তত্ত্ব ৪.৩ এর সাহায্যে আমরা প্রার্থিত ফলাফল পাব।

যদি $p=1$ হয়, তবে তত্ত্ব ৪.৪ এবং তত্ত্ব ৪.৫ এর সাহায্যে আমরা দেখতে পাই যে, $\{a_n\}$ একটি সমান্তর ধারা যাহার সাধারণ অন্তর d_1+d_2। আমরা জানি যে, যদি $\{b_n\}$ একটি সমান্তর ধারা হয় যাহার সাধারণ অন্তর d_1, তবে $b_n=b_1+(n-1)d_1$, এবং প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি হবে $na_1+\frac{n(n-1)}{2}d_1$। এই অভিব্যক্তিটিকে তত্ত্ব ৪.৪ এবং তত্ত্ব ৪.৫ এর অভিব্যক্তির সাথে তুলনা করা যেতে পারে।

৫। দুইটি সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রম

দুইটি সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রমকে নিম্নোক্ত ভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়।

সংজ্ঞা ৫.১: একটি ক্রম $\{a_n\}$ কে দুইটি সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার পর্যায়ক্রমিক ক্রম বলা হবে যাহার পর্যায়কাল p, যদি নিচের শর্ত দুইটি সিদ্ধ করে:

(১) সকল $k=1, 2, 3, \ldots,$ এর জন্যে $\{a_{(k-1)p+1}, a_{(k-1)p+2}, \ldots, a_{kp}\}$ হলো r_1 সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট একটি (অসীম) গুণোত্তর ধারা,

(২) সকল $k=1, 2, 3, \ldots,$ এর জন্যে $\frac{a_{kp+1}}{a_{kp}}=r_1 r_2,$

যেখানে, $p\ (>1)$ এবং r_1, r_2 হলো ধ্রুব সংখ্যা।

অনুচ্ছেদ ৪ এর মত, ক্রমটির ১ম p সংখ্যক পদ $\{a_1, a_2, \ldots, a_p\}$, ২য় p সংখ্যক পদ $\{a_{p+1}, a_{p+2}, \ldots, a_{2p}\}$, …, এবং k-তম p সংখ্যক পদ $\{a_{(k-1)p+1}, a_{(k-1)p+2}, \ldots, a_{kp}\}$। প্রত্যেক দলের সংখ্যা গুলো গুণোত্তর ধারা ভুক্ত যাহার সাধারণ অনুপাত r_1। সুতরাং k-তম দলের সংখ্যার ক্ষেত্রে

$$a_{kp} = a_{(k-1)p+1}\, r_1^{p-1}\text{ ।} \qquad (৫.১)$$

তত্ত্ব ৫.১: ধরি r_1 এবং r_2 সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$। তাহলে সকল $k = 1, 2, 3, \ldots,$ এর জন্যে

(১) $a_{kp} = a_1\, r_1^{kp-1}\, r_2^{k-1}$,

(২) $a_{kp+1} = a_1\, r_1^{kp}\, r_2^{k}$ ।

প্রমাণ: (১) নং অংশের প্রমানের ক্ষেত্রে দেখা যায় যে, $k = 1$ এর জন্যে ফলাফলটি সত্য। গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি প্রয়োগের জন্যে ধরি ফলাফলটি নির্দিষ্ট পূর্ণ সংখ্যা k (>1) জন্যে সত্য। তাহলে,

$$a_{(k+1)p} = a_{kp+1}\, r_1^{p-1}\text{ ।}$$

কিন্তু, $a_{kp+1} = a_{kp}\, r_1\, r_2$ ।

সুতরাং, গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\begin{aligned} a_{(k+1)p} &= (a_{kp}\, r_1\, r_2)\, r_1^{p-1} \\ &= (a_1\, r_1^{kp-1}\, r_2^{k-1})(r_1\, r_2)\, r_1^{p-1} \\ &= a_1\, r_1^{(k+1)p-1}\, r_2^{k}, \end{aligned}$$

যাহা ফলাফলটিকে $k+1$ পর্যন্ত সত্য প্রমাণ করে।

এখন, $a_{kp+1} = a_{kp}\, r_1\, r_2 = (a_1\, r_1^{kp-1}\, r_2^{k-1})(r_1\, r_2) = a_1\, r_1^{kp}\, r_2^{k}$ ।

ইহাই তত্ত্বটির (২) অংশটিকে প্রতিষ্ঠিত করে।

তত্ত্ব ৫.২: ধরি r_1 এবং r_2 সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$ এবং সকল $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, এর জন্যে $(k-1)p+1 \le n \le kp$ সত্য। তাহলে,

$$a_n = a_1\, r_1^{n-1}\, r_2^{k-1}\text{ ।}$$

প্রমান: যেহেতু $(k-1)p + 1 \le n \le kp$ সত্য, সেহেতু

$$a_n = a_{(k-1)p+1}\, r_1^{n-(k-1)p-1}\text{ ।}$$

তত্ত্ব ৫.১ এর (২) নং অংশের সাহায্যে

$$a_{(k-1)p+1} = a_1 r_1^{(k-1)p} r_2^{k-1} \text{ ।}$$

সুতরাং, $a_n = \{a_1 r_1^{(k-1)p} r_2^{k-1}\} r_1^{n-(k-1)p-1} = a_1 r_1^{n-1} r_2^{k-1}$ ।

তত্ত্ব ৫.৩: ধরি r_1 এবং r_2 সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট সংখ্যার p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম হলো $\{a_n\}$ এবং $\{S_n\}$ হলো ঐ ক্রমের n-তম আংশিক সমষ্টি। আবার ধরি, সকল $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, এর জন্যে $(k-1)p + 1 \le n \le kp$ সত্য। তাহলে,

$$S_n = \frac{a_1}{1-r_1}\left(\frac{1-r_1^p}{1-r_1^p r_2}\{1-(r_1^p r_2)^{k-1}\} + (r_1^p r_2)^{k-1}\{1-r_1^{n-(k-1)p-1}\}\right) \text{ ।}$$

প্রমাণ: সংজ্ঞা হতে পাই, $S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=(i-1)p+1}^{ip} a_j + \sum_{i=(k-1)p+1}^{n} a_i$ ।

আমরা জানি, $\displaystyle\sum_{j=(i-1)p+1}^{ip} a_j = a_{(i-1)p+1}\left(\frac{1-r_1^p}{1-r_1}\right)$,

$$\sum_{i=(k-1)p+1}^{n} a_i = a_{(k-1)p+1}\left(\frac{1-r_1^{n-(k-1)p-1}}{1-r_1}\right) \text{ ।}$$

সুতরাং,

$$S_n = \frac{1-r_1^p}{1-r_1}\left(\sum_{i=1}^{k-1} a_{(i-1)p+1}\right) + a_{(k-1)p+1}\left(\frac{1-r_1^{n-(k-1)p-1}}{1-r_1}\right) \text{ ।}$$

তত্ত্ব ৫.১ এর (২) নং অংশের সাহায্যে,

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_{(i-1)p+1} = a_1 \sum_{i=1}^{k-1} (r_1^p r_2)^{i-1} = a_1\left(\frac{1-(r_1^p r_2)^{k-1}}{1-r_1^p r_2}\right) \text{ ।}$$

অতএব,

$$S_n = a_1\left(\frac{1-r_1^p}{1-r_1}\right)\left(\frac{1-(r_1^p r_2)^{k-1}}{1-r_1^p r_2}\right) + a_1 (r_1^p r_2)^{k-1}\left(\frac{1-r_1^{n-(k-1)p-1}}{1-r_1}\right),$$

যাহা সামান্য বীজগণিতীয় যোজন-বিয়োজনের মাধ্যমে প্রার্থিত ফলাফল দেয়।

৬। কিছু মন্তব্য

যে কোন পূর্ণ সংখ্যা $n \geq 1$ এর জন্যে, অনুসিদ্ধান্ত ২.১ এবং অনুসিদ্ধান্ত ২.২ হতে পাওয়া যায়,

$$\left[\frac{n-1}{2}\right]+\left[\frac{n}{2}\right]=n-1,$$

$$\left[\frac{n}{2}\right]=\frac{n}{2} \;\Rightarrow\; \left[\frac{n-1}{2}\right]+\left[\frac{n+1}{2}\right]=n-1,$$

$$\left[\frac{n}{2}\right]=\frac{n-1}{2} \;\Rightarrow\; \left[\frac{n-1}{2}\right]+\left[\frac{n+1}{2}\right]=n \text{।}$$

সুতরাং, $d_1 = d_2 = d$ এর জন্যে $\{a_n\}$ একটি সমান্তর ধারা হয়, যাহার সাধারণ অন্তর d, এবং অনুসিদ্ধান্ত ২.১ ও ২.২ এ প্রদত্ত a_n এবং S_n এর অভিব্যক্তি গুলো নিম্নোক্ত আদর্শ আকার ধারণ করেঃ

$$a_n = a_1 + \left[\frac{n}{2}\right] d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right] d_2 = a_1 + (n-1)d,$$

$$S_n = na_1 + \left[\frac{n}{2}\right]\left(\left[\frac{n+1}{2}\right] d_1 + \left[\frac{n-1}{2}\right] d_2\right) = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d \text{ ।}$$

আবার, $r_1 = r_2 = r$ এর জন্যে অনুচ্ছেদ ৩ এর $\{a_n\}$ একটি গুণোত্তর ধারা হয়, যাহার সাধারণ অনুপাত r। এক্ষেত্রে তত্ত্ব ৩.২ এ প্রদত্ত S_{2n-1} এবং S_{2n} এর অভিব্যক্তি গুলো নিম্নোক্ত প্রতিষ্ঠিত আকার ধারণ করেঃ

$$S_{2n-1} = \frac{a_1}{1-r_1 r_2}\left[1-(r_1 r_2)^n + r_1\{1-(r_1 r_2)^{n-1}\}\right]$$

$$= \frac{a_1}{1-r^2}\left[1-r^{2n} + r\{1-r^{2(n-1)}\}\right] = \frac{a_1}{1-r^2}(1+r)(1-r^{2n-1})$$

$$= \frac{a_1}{1-r}(1-r^{2n-1}),$$

$$S_{2n} = \frac{a_1}{1-r_1 r_2}\left[1-(r_1 r_2)^n\right](1+r_1) = \frac{a_1}{1-r^2}(1-r^{2n})(1+r)$$

$$= \frac{a_1}{1-r}(1-r^{2n}) \text{ ।}$$

অনুচ্ছেদ ৪ এ d_1 এবং d_2 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার p পর্যায়কালের পর্যায়ক্রমিক ক্রম $\{a_n\}$ উদ্ধৃত হয়েছে, এবং $\{S_n\}$ হলো ঐ ক্রমের n-তম আংশিক সমষ্টি। আমাদের পদ্ধতি জাং এবং জাং [১] হতে কিছুটা আলাদা। সে যাই হোক, তত্ত্ব ৪.৪ এবং ৪.৫ এ $d_2 = d_3 - d_1$ বসিয়ে জাং এবং জাং এর সংশ্লিষ্ট ফলাফল গুলো পাওয়া যায়। স্পষ্টতই, $d_2 = 0$ এর ক্ষেত্রে অনুচ্ছেদ ৪ এর $\{a_n\}$, d_1 সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট ক্রমে পরিণত হয়।

পরিশেষে, অনুচ্ছেদ ৫ এর তত্ত্ব ৫.২ এবং ৫.৩ এর $\{a_n\}$ টা, $r_2 = 1$ ক্ষেত্রে r_1 সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট গুণোত্তর ধারায় পরিণত হয় এবং $p = 1$ ক্ষেত্রে $r_1 r_2$ সাধারণ অনুপাত বিশিষ্ট গুণোত্তর ধারায় পরিণত হয়। $|r_1| < 1$ এবং $|r_2| < 1$ এর ক্ষেত্রে তত্ত্ব ৫.৩ এর অসীম ধারা $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ অভিসারী হয় এবং সেক্ষেত্রে

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-r_1}\left(\frac{1-r_1^p}{1-r_1^p r_2}\right)।$$

যখন $|r_1 r_2| < 1.$ তখন অসীম ধারা $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ এর গবেষণা বেশ গুরুত্ব বহন করে।

তথ্যসূত্র

১. জিয়াং জাং এবং আইলিন জাং, একাধিক পর্যায়ক্রমিক সাধারণ অন্তর বিশিষ্ট সংখ্যার ক্রম, সায়েনথিয়া ম্যাগনা ৩(১) (২০০৭), পৃষ্ঠা ৯৩-৯৭।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৩১-৩৪

Methods of Solution of a Special Class of Differential Equations

Amulya Chandra Mandal
Dhaka University
Ex-Secretary, Bangladesh Mathematical Society

Different methods for the solution of a class of ordinary homogeneous differential equations having repeated linear factors of the operator of the form $(D-a)^n$ will be described here.

Method 1:

Solve $(\boldsymbol{D}-\boldsymbol{a})^3\boldsymbol{y}=\mathbf{0}$ where $\boldsymbol{D}=\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}$

Solution: Let $(D-a)^2y=u$

Then $(D-a)u=0 \Rightarrow Du=au$

$\Rightarrow u=Ae^{at}$, where A is integrating constant.

$\Rightarrow (D-a)^2y=Ae^{at}$

$\Rightarrow (D-a)v=Ae^{at}$, where $v=(D-a)y$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}(e^{-at}v)=Ae^{at}e^{-at}=A$

[using integrating factor e^{-at}]

$\Rightarrow e^{-at}v=At+B$, B is integrating constant.

$\Rightarrow v=(At+B)e^{at}$

$\Rightarrow (D-a)y=(At+B)e^{at}$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}(e^{-at}y)=(At+B)e^{at}e^{-at}=At+B$

$\Rightarrow e^{-at}y = \left(\frac{A}{2}t^2 + Bt + C\right)$, C is integrating constant.

$\Rightarrow y = \left(\frac{A}{2}t^2 + Bt + C\right)e^{at}$

$\therefore y = (c_1 + c_2t + c_3t^2)e^{at}$

$= c_1(e^{at}) + c_2(te^{at}) + c_3(t^2e^{at})$

where $c_1 = C, c_2 = B, c_3 = \frac{A}{2}$.

Exponential Shift

We have

$$(D + a)(e^{-at}y) = D(e^{-at}y) + ae^{-at}\,y$$

$$= ae^{-at}y + e^{-at}Dy + ae^{-at}y = e^{-at}Dy$$

Similarly, $(D + a)^2(e^{-at}y) = e^{-at}D^2y$.

… … … … … … … … … … …

$$(D + a)^n(e^{-at}y) = e^{-at}(D - a + a)^n y = e^{-at}D^n y.$$

[where D is replaced by $D - a$, – a is the coefficient of t in the exponent]

In general we can write

$$f(D + a)(e^{-at}y) = e^{-at}f(D - a + a)(y)$$
$$= e^{-at}f(D)y. \qquad (1)$$

This property is known as exponential shift.

Show that $(\boldsymbol{D}+\boldsymbol{a})^{\boldsymbol{n}}\left(\boldsymbol{t}^{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{at}}\right)=\mathbf{0}$ for $\boldsymbol{k}=\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{2},\ldots\ldots,\boldsymbol{n}-\mathbf{1}$.

Proof **:** In equation (1), let $f(D+a)=(D+a)^n$ and $y=t^k$

$$\therefore (D+a)^n\left(e^{-at}t^k\right)=e^{-at}(D-a+a)^n(t^k)=e^{-at}D^n(t^k)$$

$$= e^{-at}.0 \quad \text{for } k=0,1,\ldots,n-1$$
$$= 0.$$

Method 2: **Solve $(\boldsymbol{D}-\mathbf{2})^{\mathbf{4}}\boldsymbol{y}=\mathbf{0}$** (2)

Solution: First we multiply equation (2) by e^{-2t} to obtain

$$e^{-2t}(D-2)^4y=0$$

$$\Rightarrow (D-2+2)^4(e^{-2t}y)=0\ ,$$
[using the property of equation (1)]

$$\Rightarrow D^4(e^{-2t}y)=0$$

Integrating four times gives

$$e^{-2t}y=c_1+c_2t+c_3t^2+c_4t^3$$

Finally we get

$$y=(c_1+c_2t+c_3t^2+c_4t^3)e^{2t} \tag{3}$$

as the solution of equation (2) .

Note that each of the four functions, $e^{2t}, te^{2t}, t^2e^{2t}$ and t^3e^{2t} is a solution of equation (2) and they are linearly independent.

Method 3: **Solve $(\boldsymbol{D}-\boldsymbol{p})^{\mathbf{3}}\boldsymbol{y}=\mathbf{0}$** (4)

Solution : Clearly e^{pt} is a solution of (4).

Now let $L=(D-p)^3$

$\therefore L[y]=(D-p)^3y=0.$

We get

$$L[e^{rt}] = (r-p)^3 e^{rt} \tag{5}$$

[Replacing p by variable r in e^{pt}]

Differentiating (5) partially with respect to r

$$\frac{\partial}{\partial r} L[e^{rt}] = \frac{\partial}{\partial r}\{(r-p)^3 e^{rt}\}$$

$$\text{or, } L\left[\frac{\partial}{\partial r} e^{rt}\right] = L[te^{rt}] = 3(r-p)^2 e^{rt} + (r-p)^3 te^{rt} \tag{6}$$

But $L[te^{rt}]_{r=p} = L[te^{pt}] = 0$

$\therefore$ te^{pt} is also a solution of equation (4).

Again differentiating (6) with respect to r we obtain

$$L[t^2 e^{rt}] = 6(r-p)e^{rt} + 3(r-p)^2 te^{rt} \\ + 3(r-p)^2 te^{rt} + (r-p)^3 t^2 e^{rt}$$

which gives $L[t^2 e^{pt}] = 0$.

Hence $t^2 e^{pt}$ is another solution of equation (4). So far we have get e^{pt}, te^{pt} and $t^2 e^{pt}$ as the solution of (4) and they are linearly independent. The equation is a third order equation. So the general solution is

$$y = (c_1 + c_2 t + c_3 t^2) e^{pt}.$$

Therefore, the solution for an equation of any order of this type can be obtained similarly.

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৩৫-৩৮

বকসালী পাণ্ডুলিপি এবং রীন্ড পেপিরাস[†]

হারুনুর রশীদ
৫৮/২ মিয়াপাড়া রোড, খুলনা

পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে ভবন নির্মাণ বা পুকুর খনন বা অনুরূপ খননকাজে ভূপৃষ্ঠের অভ্যন্তরে প্রাচীন নগরী বা ভবনের সন্ধান পাওয়া গিয়েছে। মহেন-জো-দারো, বগুড়ার মহাস্থানগড় ইত্যাদি স্থান সুপরিচিত। কিন্তু খনন কাজ করতে গিয়ে প্রাচীন ভবনের ধ্বংসাবশেষের ভিতরে কোন গ্রন্থাগার বা কোন পুস্তক বা পাণ্ডুলিপির সন্ধান পাওয়ার খবর তেমন জানা যায়নি।

ঊনবিংশ শতাব্দীর কোন এক সময় ভারতবর্ষের পেশোয়ারে এবং মিশরের একটি শহরের প্রাচীন কীর্তির ধ্বংসাবশেষ থেকে কিছু পাণ্ডুলিপি উদ্ধার করা হয়। পেশোয়ারের বকসাল নামক স্থান থেকে উদ্ধারকৃত পাণ্ডুলিপিকে Baksali Manuscript বা বকসালী পাণ্ডুলিপি বলা হয়।

স্কটিশ নাগরিক A. Henry Rhind মিশরে অবস্থানকালে কিছু অতি প্রাচীন পাণ্ডুলিপি ক্রয় করে বিশেষজ্ঞদের দিয়ে তার মর্ম উদ্ধারের ব্যবস্থা করেন বলে ঐ পাণ্ডুলিপি Rhind Papyrus নামে পরিচিত।

এই দুইটি পাণ্ডুলিপি সম্পর্কে বেশি কিছু জানার সুযোগ আমাদের নেই। তবে যেটুকু সংগ্রহ করা সম্ভব হয়েছে, তার উপর ভিত্তি করেই রচিত হয়েছে এই নিবন্ধ।

বকসালী পাণ্ডুলিপি

বৈদিক যুগের পর প্রাক-মধ্যযুগীয় সময়ে গবেষণা কাজের কিছু জানা যায় বকসালী পাণ্ডুলিপি হতে। বৈদিক যুগ ও প্রাক-মধ্যযুগীয় গণিতের মধ্যে ধারাবাহিকতা রক্ষা করার মতো কাজ এক প্রকার হারিয়ে গিয়েছিল। তাছাড়া ভারতবর্ষ এত বিরাট দেশ, যা একটি মহাদেশের মতো। এর এক প্রান্তের গবেষণার ফল অপর প্রান্তে পৌছাতে অনেক বিলম্ব হতো; কোন কোন ক্ষেত্রে আদৌ পৌঁছাত না। যার ফলে গণিতবিদদের মৌলিক বিষয় হতে আরম্ভ করে উন্নত তত্ত্ব পর্যন্ত সকল স্তরে কাজ করতে হতো– এটাই প্রারম্ভিককাল হতে একটি প্রতিবন্ধকতার মতো ছিল। বৈদিক যুগে জ্ঞান বিজ্ঞানের যতটুকু বিকাশ হয়েছে, যোগাযোগের অভাব ও লেখার দ্রব্যের (কাগজ বা পাতা) অভাবই তা রক্ষণের পথে প্রধান অন্তরায় ছিল। এটাও জানা যায় যে, প্রাক-

---

[†] প্রবন্ধটি ইতিপূর্বে খুলনা গণিত ফোরামের গণিতপত্র পঞ্চম খণ্ডে প্রকাশিত হয়েছে।

মধ্যযুগের গবেষণা কাজও হারিয়ে যায় এবং পরবর্তীকালের গবেষকদের নতুন করে কাজ আরম্ভ করতে হয়। আর্যভট্টের যুগ হতে এই একই ধারা চলে। প্রথম আর্যভট্ট হতে ভাস্করাচার্য পর্যন্ত সময়ের ধারাবাহিকতা পাণ্ডুলিপির অভাবে যেমন সঠিকভাবে রক্ষিত হয়নি, বৈদিক যুগ হতে বকসালী পাণ্ডুলিপি রচিত হওয়া পর্যন্তও তেমনি কোন ধারাবাহিক সংযোগ সৃষ্টি হয়নি।

প্রাচীন কাজগুলো হারিয়ে যায় অথবা যারা মুখস্থ করেছিলেন তাদের অনেকের মৃত্যু হয় বা অনেকে ভুলে যান। এর ফলে সকল গবেষণা কাজের বিবরণ সমাধিস্ত হয় এবং গণিতের সকল গবেষণা নতুন করে আরম্ভ করতে হয়। অবশ্যি গণিতের মৌলিক বিষয়গুলো থাকলেও উন্নত মানের বিষয়গুলো হারিয়ে যায়। আর্যভট্ট, ব্রহ্মগুপ্ত, ভাস্কর, শ্রীধর, মহাবীর এবং অন্যান্য গণিতবিদ বকশালী পাণ্ডুলিপি হতে গণিতের কিছু উন্নত বিষয় পুনরাবিষ্কার করেন।

মধ্যযুগে যোগাযোগ ব্যবস্থা কিছু সহজ হয়, যদিও তা যথেষ্ট নয়, তবুও বিভিন্ন গবেষকদের মধ্যে যোগাযোগ রক্ষার কিছুটা ব্যবস্থা হয়। দুর্ভাগ্যক্রমে বকশালী পাণ্ডুলিপির বিষয় প্রথম আর্যভট্ট এবং তার সমসাময়িক ভারতীয় গণিতবিদদের জানা ছিল না। তারা দুর্বল যোগাযোগ ব্যবস্থা হতে যতটুকু জানতে পারতেন ততটুকুই ব্যবহার করতেন। এ কারণেই পরবর্তী গণিতবিদদের সমস্যা সমাধানে কিছু মিল পরিলক্ষিত হয় এবং তাদের কাজের সঙ্গে বকসালী পাণ্ডুলিপিরও কিছু মিল পাওয়া যায়। আবার এমনও হতে পারে যে, তারা তাদের স্বাধীন গবেষণাপ্রসূত বিষয় একে অপরের কাছে প্রেরণের ব্যবস্থা করেন।

পাশ্চাত্যের কোন কোন গণিতবিদ বকসালী পাণ্ডুলিপির রচনাকাল নিয়ে নানা বিভ্রান্তিকর মতামত প্রকাশ করেন। বকসালী পাণ্ডুলিপির ইতিহাস যতটুকু জানা যায়, তা নিম্নরূপ :

১৮৮১ সালের ১৩ আগস্ট প্রকাশিত বোম্বাই সরকারের একটি গেজেট হতে জানা যায় যে, পেশোয়ার জেলার মারদান তহশিলের বকসাল এলাকার নিকটে একটি অতিপ্রাচীন কাগজে লিখিত পাণ্ডুলিপি পাওয়া যায়। মারদান ও বকসালের রাস্তার পূর্বদিকে কিছু টিলা ছিল, যা হয়ত কিছু পুরাতন বসতির ধ্বংসাবশেষ; যদিও সঠিকভাবে কোন কিছু জানা যায়নি। একটি বহু পুরাতন পরিত্যক্ত বসতি এলাকায় পাথরবেষ্টিত একটি টিলার খননকাজ করার সময় একটি কালো মাটির লোটা, একটি ত্রিকোণাকার পাথর, নরম পাথরের একটি কলম ও পাথরের ভাঁজের ভিতর কিছু শুকনো খানিকটা পোড়া কাপড়ের টুকরার মতো পদার্থ পাওয়া গিয়েছিল। সংস্কৃত ও প্রাকৃত মিশ্রণে শ্লোকাকারে কিছু লেখা ছিল। প্রকৃতপক্ষে পাণ্ডুলিপি লেখা ছিল ৭০টি বার্চপত্রে যা তখন কাগজরূপে ব্যবহৃত হতো। এগুলো লাহোরে পাঠিয়ে অর্থ উদ্ধারের চেষ্টা নেয়ার পরিকল্পনা গ্রহণ করা হয়। তবে প্রকৃতপক্ষে এই পাণ্ডুলিপি কোলকাতার স্কুলসমূহের নিয়ন্ত্রক Dr.

Hoernle-এর কাছে পাঠানো হয়। তিনি কিছু কিছু অংশ উদ্ধার করে অনুবাদ করেন যা ১৯২৭ ও ১৯৩৩ সালে প্রকাশিত হয়। প্রাপ্ত পাণ্ডুলিপির বৃহৎ অংশই ছিঁড়ে গিয়েছিল– যতটুকু উদ্ধার করা হয় তা ধারাবাহিকভাবে সাজিয়ে ইংরেজি ভাষায় অনুবাদ করা হয়। অনূদিত অংশ গণিত বিজ্ঞানের অগ্রগতিতে কিছুটা সাহায্য করে। পাণ্ডুলিপিতে উল্লিখিত তথ্য হতে দেখা যায় যে + চিহ্ন বিয়োগের প্রতীক হিসেবে ব্যবহৃত হয়েছে। তাই $\begin{vmatrix} 12 & 7 & + \\ 1 & 1 & \end{vmatrix}$ দ্বারা বোঝানো হয়েছে $\frac{12}{1}-\frac{7}{1}=5+$ চিহ্নটি উঠিয়ে দিয়ে প্রাপ্ত নির্ণায়কটির মানও 5। পরবর্তীকালে এই পাণ্ডুলিপি ইংল্যান্ডে নেওয়া হয় এবং তা Oxford-এর Bodian Library-এর সম্পদ হয়ে রয়েছে।

পাণ্ডুলিপির একটি উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট্য এই যে, এটা আরও পুরাতন কোন পাণ্ডুলিপি হতে নকল করা হয়েছিল এবং সেই মূল পাণ্ডুলিপি খৃষ্টপূর্ব দ্বিতীয় শতাব্দী হতে খৃষ্টীয় দ্বিতীয় শতাব্দীর মধ্যে কোন এক সময় রচিত। বকসালে প্রাপ্ত পাণ্ডুলিপিটি মূল পাণ্ডুলিপি হতে খৃষ্টীয় অষ্টম শতাব্দীতে নকল করা হয়েছিল বলে মনে করা হয়।

রীন্ড পেপিরাস

১৮৫৮ সালের শীতকালে A. Henry Rhind নামে একজন স্কটিশ পরিব্রাজক ও প্রাচীন নিদর্শন সংগ্রাহক তাঁর স্বাস্থ্য উদ্ধারের জন্য মিশরে অবস্থান করছিলেন। তখন কেন্দ্রীয় মিশরের একটি শহর হতে বৃহৎ একটি Papyrus অর্থাৎ পাতাকে কাগজরূপে ব্যবহার করে লেখা একটি ভূর্জপত্র ক্রয় করেন। ভূর্জপত্রটি প্রায় ১৮ ফুট লম্বা ও ১৩ ইঞ্চি চওড়া। মিশরের Thebes শহরের একটি প্রাচীন ভবনের ধ্বংসাবশেষের ভিতর থেকে ভূর্জপত্রটি উদ্ধার করা হয়। পত্রটি দুই খণ্ডে ভাগ করা ছিল এবং কিছু অংশ হারিয়ে গিয়েছিল।

এর অর্ধ শতাব্দী পরে ঐ পত্রের হারানো কিছু অংশ New York Historical Society গ্রন্থাগারে দেখা যায়। এই খণ্ড খণ্ড পত্রের সঙ্গে চিকিৎসা বিষয়ক একটি পত্র উদ্ধার করেছিলেন Edwin Smith। ভূর্জপত্রটি মিশরীয় গণিত বিষয়ক একটি পুস্তিকা যা আনুমানিক খৃষ্টপূর্ব ১৭০০-এর দিকে রচিত। এই আবিষ্কারের পর কয়েকজন গবেষক এটাকে একটি প্রাচীন নিদর্শন হিসেবে স্বীকার করেন, এবং Papyrus-ই মিশরীয়গণ কিভাবে গণনা করতেন, হিসাব করতেন এবং পরিমাপ করতেন সেটা জানার প্রধান সূত্র ছিল। Rhind এর উপর নরম ধাতব পদার্থ দিয়ে সুন্দর হস্তাক্ষরে Ahmose লেখা ছিল।

A'hmose একজন সরল প্রকৃতির মিশরীয় পুরোহিত; তিনি ভূমিকায় যা উল্লেখ করেছেন, তার মর্মার্থ হতে জানা যায় যে, খৃষ্টপূর্ব ১৮৪৯ হতে খৃষ্টপূর্ব ১৮০১-এর মধ্যে রচিত কোন পুরাতন লেখা হতে তিনি এটা নকল করেন। তবে এটা পরিষ্কার বোঝা যায়নি, কোন ধরনের পাঠকের জন্য এটা রচিত হয়েছিল। লেখাটির বিষয়বস্তু যেমন উন্নতমানের ছিল না, তেমনি নিম্নমানের ছিল, তাও বলা যায় না।

এরপর আর কেউ বলতে পারে না যে, Ahmose যেটা থেকে নকল করেছিলেন, সেটা অন্য কারো লেখা হতে নকল কিনা। এটাও বলা যায়নি যে সেটা একটি বড় কিছু বা সামান্য কিছু। সেটা কোন গবেষকের কাজের সারসংক্ষেপ বা কোন করণিকের জন্য কোন পুস্তিকা বা কোন বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীর পাঠদানের বিষয় ছিল, সেটা বোঝা যায়নি।

জানা যায় যে, মিশরীয়গণ গণিতশাস্ত্রে তেমন কোন উল্লেখযোগ্য অবদান রাখেনি। তবে তাঁরা পাটিগণিতের ও জ্যামিতির ব্যবহারিক দিকটার প্রতি অধিক আগ্রহী ছিলেন। গণিতের মূর্ত বিষয়ের প্রতি তাদের বিশেষ আগ্রহ ছিল না।

Rhind Papyrus প্রাথমিক স্তরের কিছু গবেষণাকর্ম হলেও একটি সম্মানজনক গাণিতিক কর্ম যার সমস্যাগুলো Ahmose অপেক্ষা জ্ঞানী ও বুদ্ধিমান আধুনিককালের অনেক মানুষের পক্ষে সমাধান করাও বেশ কঠিন। ফলিত গণিতের নিয়মগুলো যথা জ্যামিতিক চিত্র ও ঘনবস্তুর পরিমাপ বিষয়ক সূত্র Rhind Papyrus-এর ভিতর ছিল।

Rhind Papyrus-এ ৮৫টি সমস্যা আছে যা হতে মিশরীয়গণের ভগ্নাংশ ব্যবহার, সহজ সমীকরণ, প্রগমন বিষয়ক সমস্যা এবং ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় পদ্ধতি কেমন ছিল জানা যায়। সংখ্যা ব্যবহার করে মিশরীয়গণ কত কি করতে পারতেন তার একটি পরিষ্কার ধারণা পাওয়া যায়। তাদের পাটিগণিত ছিল যোগ ভিত্তিক- গুণকে ধারাবাহিক যোগ পদ্ধতি এবং ভাগকে ধারাবাহিক বিয়োগ পদ্ধতি রূপে তারা ব্যবহার করতেন।

Rhind Papyrus কে একটি গবেষণামূলক আলোচনা মনে করা ঠিক হবে না। প্রকৃতপক্ষে কিছু গাণিতিক সমস্যা এবং কিছু ব্যবহারিক উদাহরণ এই Papyrus এ সংগৃহীত। মিশরীয়গণ $13x$ তৈরি করতে x কে প্রথমে 2 গুণ করে $2x$, তাকে 2 গুণ করে $4x$, তাকে 2 গুণ করে $8x$ পেয়েছেন এবং পরে $8x$, $4x$ ও x যোগ করে $13x$ পেয়েছেন।

কোন্ সংখ্যার এক সপ্তমাংশ তার সঙ্গে যোগ করলে 19 হবে? সাধারণ সমীকরণ : $x + \dfrac{x}{7} = 19$, যার সমাধান $x = \dfrac{133}{8}$। কিন্তু Ahmose এর সমাধান দিয়েছেন $16 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{133}{8}$; Ahmose-এর ভাষায় এটাই Algebra।

Rhind Papyrus-এ আরও কিছু গাণিতিক পদ্ধতির সন্ধান পাওয়া যায়। উদাহরণসহ পরবর্তী কোন সময় সেগুলি পাঠকের কাছে তুলে ধরার ইচ্ছা রইল।

Ancient Indian Mathematics ও *The World of Mathematics* হতে সংকলিত ও অনূদিত।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৩৯-৪৬

বিকল্প সমাধানের সন্ধানে

কামাল উদ্দীন আহমেদ
বিএসসি (মেকানিক্যাল ইঞ্জিনিয়ারিং, বুয়েট)

উচ্চ মাধ্যমিক গণিতের ০৫ (পাঁচ) টি ত্রিকোণমিতিক সমস্যার বিকল্প সমাধান নিয়ে অত্র নিবন্ধে আলোচনা করতে চাই। অত্র ০৫ (পাঁচ) টি সমস্যা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। বর্তমানে প্রচলিত তথা বোর্ড অনুমোদিত প্রায় সকল লেখকের গণিত বইয়ে আলোচিত সমস্যাগুলো দেখতে পাওয়া যাবে। তবে আমরা লক্ষ করি যে, এই সমস্যার সমাধান গুলো দীর্ঘদিন ধরে একটি নির্দিষ্ট নিয়মের বেড়াজালে আবদ্ধ অর্থাৎ সমস্যাগুলো একটা নির্দিষ্ট পদ্ধতির মধ্যেই ঘুরপাক খাচ্ছে। এই সমাধানকৃত অংকগুলোর মত করে বিকল্প পদ্ধতি আবিষ্কারে শ্রদ্ধেয় গণিত ব্যক্তিত্বদের কেউই ইতোপূর্বে ব্রতী হতে সচেষ্ট হন নি। মূলতঃ একই পদ্ধতির গন্ডি থেকে বের হয়ে সম্পূর্ণ নতুন তথা চিত্তাকর্ষক পদ্ধতিতে পূর্বে বর্ণিত ০৫ (পাঁচ) টি ত্রিকোণমিতিক সমস্যার সমাধান দেখানোই আমার প্রধান উদ্দেশ্য। আমার দেয়া এ সমাধান পদ্ধতি অদ্যাবধি প্রকাশিত বাজারে প্রচলিত মূল বইয়ের উদাহরণে বা সমাধান বইয়ে কিংবা সহায়ক গাইডে কোথাও দেখতে পাওয়া যাবে না, কেননা এগুলো সম্পূর্ণ আলাদা, মৌলিক ও নতুন। গণিত পরিক্রমার নিয়মিত পাঠক এবং সংশ্লিষ্ট গণিত-প্রেমী শিক্ষক-শিক্ষার্থীবৃন্দের মূল্যায়ণের নিমিত্ত নিচে পর্যায়ক্রমে ভিন্ন পদ্ধতির সমাধান তুলে ধরা হলো–

সমস্যা নং ১: দেখাও যে, $\dfrac{1}{\sin 10^\circ} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$

সমাধান:

আমরা পাই, $\sin(30^\circ - 10^\circ) = \sin 20^\circ$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ = \sin(2 \times 10^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ = 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ = 4 \sin 10^\circ \cos 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$$ (দেখানো হলো)

[$\sin 10^\circ \cos 10^\circ$ দ্বারা ভাগ করে পাই]

এই অংকটির অনুরূপ আরেকটি অংকও বেশ প্রচলিত। সেটি হচ্ছে দেখাও যে, $\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 20^\circ} - \dfrac{1}{\cos 20^\circ} = 4$.

এক্ষেত্রে সমাধানের জন্য আমাদেরকে $\sin(60^\circ - 20^\circ) = \sin 40^\circ$ ধরে আগের মত অগ্রসর হলেই কাঙ্খিত ফললাভ হবে।

এই জাতীয় অংকের সমাধানে সাধারণ সূত্র হিসেবে $\sin(3A - A) = \sin 2A$ কে ব্যবহার করা যায় যেখানে $A = 10^\circ, 20^\circ$, ...ইত্যাদি।

সমস্যা নং ২: দেখাও যে , $\tan\dfrac{45^\circ+\theta}{2}\tan\dfrac{45^\circ-\theta}{2} = \dfrac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{\sqrt{2}\cos\theta + 1}$

সমাধান: আমরা পাই, $\dfrac{\cos\theta}{\cos 45^\circ} = \dfrac{\cos\theta}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \dfrac{\sqrt{2}\cos\theta}{1}$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}\cos\theta}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta - \cos 45^\circ}{\cos\theta + \cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{\sqrt{2}\cos\theta + 1}$$

[বিয়োজন-যোজন করে]

$$\Rightarrow \frac{2\sin\frac{\theta+45^\circ}{2}\sin\frac{45^\circ-\theta}{2}}{2\cos\frac{\theta+45^\circ}{2}\cos\frac{45-\theta}{2}} = \frac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{\sqrt{2}\cos\theta + 1}$$

$$\therefore \tan\frac{45^\circ+\theta}{2}\tan\frac{45^\circ-\theta}{2} = \frac{\sqrt{2}\cos\theta - 1}{\sqrt{2}\cos\theta + 1}$$

(দেখানো হলো)

এই অংকটির সদৃশ আরো একটি সমস্যাও অন্যান্য বইগুলোতে পরিদৃষ্ট হয়। যেমন, প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\tan\frac{60^\circ+\theta}{2}\tan\frac{60^\circ-\theta}{2}=\frac{2\cos\theta-1}{2\cos\theta+1}.$$

এটির সমাধানের নিমিত্ত আমাদের নিম্নোক্ত পথ অনুসরণ করতে হবে।

আমরা পাই, $\frac{\cos\theta}{\cos 60^\circ}=\frac{\cos\theta}{\frac{1}{2}}=\frac{2\cos\theta}{1}$. অতঃপর আগের নিয়মে অগ্রসর হলে উদ্দীষ্ট সমাধান পাওয়া যাবে।

সমস্যা নং ৩: প্রমাণ কর যে, $\tan 70^\circ = \tan 20^\circ + 2\tan 50^\circ$

সমাধান: এখানে, $2\tan 50^\circ = 2\tan(90^\circ - 40^\circ)$

$= 2\cot 40^\circ$

$= 2\cot(2\times 20^\circ)$

$= 2\ \frac{\cot^2 20-1}{2\cot 20^\circ}$. [cot 2A এর সূত্র অবলম্বনে]

$= 2\tan 50^\circ = \left(\frac{\cot^2 20^\circ}{\cot 20^\circ}-\frac{1}{\cot 20^\circ}\right)$

$= 2\tan 50^\circ = \cot 20^\circ - \tan 20^\circ$

$= 2\tan 50^\circ = \tan 70^\circ - \tan 20^\circ$ [যেহেতু $\cot 20^\circ = \tan 70^\circ$]

$\therefore\ \tan 70^\circ = \tan 20^\circ + 2\tan 50^\circ$ (প্রমাণিত)

উপর্যুক্ত সমস্যার একই রকম আরো কিছু অংক বিভিন্ন লেখকের বইয়ে দৃশ্যমান হয়। মূলত: এ ধরণের অংক একটি সাধারণ সূত্রের উপর $\{\tan x = \tan y + 2\tan(x - y)$ যেখানে $x > y$ এবং $x + y = 90^\circ\}$ প্রতিষ্ঠিত হওয়ায় নানাবিধ রূপ পরিগ্রহ করেছে। তাদেরই একটি নিম্নরূপ:

প্রমাণ কর যে, $\tan 54^\circ = \tan 36^\circ + 2\tan 18^\circ$

এটির সমাধান করতে $2\tan 18^\circ = 2\cot 72^\circ$ ধরে আরম্ভ করতে হবে।

এ অংকটির অনেকগুলো বিকল্প সমাধান সম্ভব। তবে এর মধ্যে বাংলাদেশের প্রখ্যাত গণিতবিদ A.R. Khalifa স্যারের মেথডটি বেশ আকর্ষনীয়। এটি বর্তমানে প্রচলিত ৩/৪ টি সমাধান পদ্ধতির অন্যতম। Khalifa স্যারের দেয়া সমাধানটি শুরু হয়েছে

এভাবে, $\tan 50° = \tan(70° - 20°)$ (সূত্র: বণিতা মোহন দে, নবযুগ ত্রিকোণমিতি, প্রথম প্রকাশকাল: ১৯৭৯, পৃষ্ঠা: ৯৫)। অতঃপর সুন্দরভাবে এর পরিসমাপ্তি ঘটেছে যা খুবই দৃষ্টিনন্দন।

আমার লেখা 'উচ্চ মাধ্যমিক গণিতের Theorem সম্ভার' বইটি যা ২০০৯ সালে প্রথম প্রকাশিত হয় সেখানে এ অংকটির আমি নিম্নরূপ সমাধান দেই–

আমরা জানি, $\cot 2\theta = \frac{1}{2}(\cot\theta - \tan\theta)$

$$\Rightarrow 2\cot 2\theta = \cot\theta - \tan\theta \;.... \text{(i)}$$

(i) নং এ $\theta = 20°$ বসাই,

$\therefore \quad 2\cot 40° = \cot 20° - \tan 20°$

$\Rightarrow 2\tan 50° = \tan 70° - \tan 20°$

$\therefore \tan 70° = \tan 20° + 2\tan 50°$ (প্রমাণিত)

বর্তমানে প্রচলিত নিয়মের বাইরে আমি আরো প্রায় ০৩ (তিন) টি ভিন্ন নিয়ম বের করে রেখেছি। আগামীতে সম্ভব হলে তা পাঠকের জন্য উপস্থাপন করার আশা রাখি।

সমস্যা নং ৪: প্রমাণ কর যে,

$\tan 6° \tan 42° \tan 66° \tan 78° = 1$

সমাধান: আমরা পাই, $\tan 6° \tan 54° \tan 66°$

$$= \tan 6° \tan(60° - 6°) \tan(60° + 6°)$$

$$= \tan 6° \frac{\tan^2 60° - \tan^2 6°}{1 - \tan^2 60° \tan^2 6°}$$

$$= \tan 6° \frac{3 - \tan^2 6°}{1 - 3\tan^2 6°}$$

$$= \frac{3\tan 6° - \tan^3 6°}{1 - 3\tan^2 6°} = \tan(3 \times 6°) = \tan 18°$$

$\therefore \tan 6° \tan 54° \tan 66° = \tan 18° \;...... \text{(ii)}$

আবার আমরা পাই,

$\tan 18° \tan 42° \tan 78°$

$= \tan 18° \tan(60° - 18°) \tan(60° + 18°)$

$= \tan 18° \dfrac{\tan^2 60° - \tan^2 18°}{1 - \tan^2 60° \tan^2 18°}$

$= \tan 18° \dfrac{3 - \tan^2 18°}{1 - 3\tan^2 18°}$

$= \dfrac{3\tan 18° - \tan^3 18°}{1 - 3\tan^2 18°} = \tan(3 \times 18°) = \tan 54°$

$\therefore \tan 18° \tan 42° \tan 78° = \tan 54°$ ..... (iii)

(ii) $\times$ (iii) করে পাই,

$\tan 6° \tan 42° \tan 66° \tan 78° = 1$ (প্রমাণিত)

বর্তমানে প্রচলিত এই অংকের সমাধানে $\sin 18°$ ও $\cos 36°$ এর মান বসাতে হয়। কিন্তু আমার দেয়া এই সমাধানে সাইন ও কোসাইন অনুপাতের মান না বসিয়েই সুন্দরভাবে মেলানো যায়। এখানে বলে রাখা আবশ্যক যে, আলোচ্য অংকটির এখন পর্যন্ত কোন দ্বিতীয় বিকল্প সমাধান কোন বইয়ে দেখা যায় নি। সর্বত্র একই সমাধান পদ্ধতি (যা বিভিন্ন বইয়ে বর্তমানে বিদ্যমান) অনুসৃত হচ্ছে। তবে চলমান পদ্ধতির সমাধান বর্তমান নিবন্ধে উপস্থাপন নিষ্প্রয়োজন হওয়ায় তা উল্লেখ করা হলো না।

পাঠকের সদয় জ্ঞাতার্থে উল্লেখ করছি যে, গুরুত্বপূর্ণ এই অংকটির আরো কয়েকটি বিকল্প সমাধান আমি বের করে রেখেছি যা আগামীতে প্রকাশের ব্যবস্থা গৃহীত হবে— এই আশা রাখি।

সমস্যা নং ৫: $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হলে দেখাও যে,

$C = 45°$ বা $135°$

সমাধান: দেয়া আছে,

$a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$

$\Rightarrow 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4 = 0$

$$\Rightarrow 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 = 2a^2b^2$$

[উভয়পক্ষে $2a^2b^2$ যোগ করে]

$$\Rightarrow \sqrt{2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4} = \sqrt{2a^2b^2} \text{ [বর্গমূল নিয়ে]}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\sqrt{2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4} = \frac{1}{4}.\sqrt{2}\,ab$$

[উভয়পক্ষে $\frac{1}{4}$ দ্বারা গুণ করে]

$$\Rightarrow \Delta = \frac{1}{2\sqrt{2}}ab \text{ [এখানে } \Delta = \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল]}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2\sqrt{2}}ab \qquad \text{[ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে]}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{............. (iv)}$$

$\therefore$ (iv) হতে, $\sin C = \sin 45° \;\therefore\; C = 45°$

আবার (iv) হতে, $\sin(180° - C) = \sin 45°$

$$\Rightarrow 180° - C = 45°$$

$$\therefore C = 135°$$

কাজেই $C = 45°$ বা $135°$ (দেখানো হলো)

উপর্যুক্ত সমস্যার অনুরূপ আরো একটা সমস্যা রয়েছে যা হলো, $c^4 - 2(a^2 + b^2)c^2 + a^4 + a^2b^2 + b^4 = 0$ হলে দেখাও যে, $C = 60°$ বা $120°$

এই সমস্যাটি উপরের নিয়মে সমাধান করার বিষয়টি আগ্রহী পাঠকের উপর ন্যস্ত রইল।

প্রাসঙ্গিকভাবে এখানে একটি বিষয়ের অবতারণা করার ইচ্ছা অবদমিত করে রাখতে পারছি না যেটা গণিতমনা পাঠকের সঙ্গে শেয়ার করতে চাই। ২০১৩ সাল এবং তৎপরবর্তী সময় থেকে বর্তমানের সকল উচ্চ মাধ্যমিক গণিত বইয়ের উদাহরণ কিংবা অনুশীলনীতে একটি অতীব গুরুত্বপূর্ণ ত্রিকোণমিতিক সমস্যা ও তার সমাধান দৃশ্যমান হয়। এটি হলো দেখাও যে, $\tan 20°\tan 40°\tan 80° = \sqrt{3}$। এটি খুবই গুরুত্বপূর্ণ একটা সমস্যা। এখানে শুধুমাত্র $\tan(A + B)$, $\tan(A - B)$ সূত্র প্রথমত প্রয়োগ করে

সবশেষে tan3A সূত্রের আকারে এনে দারুন সমাধান পাওয়া যায়। এটিই বর্তমানের বহুল প্রচলিত ও গ্রহণযোগ্য পদ্ধতি। জুলাই ২০১৩ সালের পূর্বে অনুসৃত সমাধান খুবই জটিল ও কষ্টসাধ্য ছিল। সেখানে বামপক্ষে ট্যানজেন্ট অনুপাতকে সাইন ও কোসাইন অনুপাতে ভেঙ্গে লব ও হরে যথাক্রমে 2sinA sinB ও 2cosA cosB এর সূত্র প্রয়োগ করা হতো। বর্তমানের সমাধানটি অত্যন্ত সহজ ও সর্বোপরি সহজবোধ্য। আমরা এক ঝলক দেখে নিতে পারি অংকটির সমাধান:

বামপক্ষ $= \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ$

$$= \tan 20^\circ \tan(60^\circ - 20^\circ) \tan(60^\circ + 20^\circ)$$

$$= \tan 20^\circ \frac{\tan 60^\circ - \tan 20^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 20^\circ} \times \frac{\tan 60^\circ + \tan 20^\circ}{1 - \tan 60^\circ \tan 20^\circ}$$

$$= \tan 20^\circ \frac{\sqrt{3} - \tan 20^\circ}{1 + \sqrt{3}\tan 20^\circ} \times \frac{\sqrt{3} + \tan 20^\circ}{1 - \sqrt{3}\tan 20^\circ}$$

$$= \tan 20^\circ \frac{3 - \tan^2 20^\circ}{1 - 3\tan^2 20^\circ}$$

$$= \frac{3\tan 20^\circ - \tan^3 20^\circ}{1 - 3\tan^2 20^\circ}$$

$$= \tan(3 \times 20^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \text{ডান পক্ষ}$$

উপর্যুক্ত অংকটির সমাধান ইতিহাস নিচে লক্ষ করি-

ক্রমিক নং	বইয়ের নাম ও প্রকাশনী	লেখকের নাম	১ম প্রকাশের সাল	পৃষ্ঠা নং
(ক)	উচ্চ মাধ্যমিক গণিতের Theorem সম্ভার (আশরাফিয়া বইঘর)	কামাল উদ্দীন আহমেদ	জুন ২০০৯	পৃষ্ঠা-১২২, প্রশ্ন: ৭
(খ)	উচ্চতর গণিত প্রথমপত্র (অক্ষরপত্র প্রকাশনী)	অসীম কুমার সাহা ও অন্যান্য	জুলাই ২০১৩	পৃষ্ঠা-১৬৫, উদা: ১
(গ)	উচ্চ মাধ্যমিক উচ্চতর গণিত প্রথমপত্র (রূপন্তী প্রকাশনী)	মো: রফিকুল ইসলাম ও অন্যান্য	জুলাই ২০১৩	পৃষ্ঠা-১৬৭, উদা: ৩

এই অংকটির একাধিক সমাধানকারী হয়ত থাকতে পারে, তবে উপর্যুক্ত চার্ট হতে খুব সহজেই বোঝা যায় যে, আমার রচিত গণিত বইটিতে অক্ষরপত্র ও রূপন্তী প্রকাশনীতে প্রকাশের ০৪ (চার) বছর আগেই এই চমৎকার সমাধানটি প্রকাশিত হয়েছে। কাজেই অত্র ঐতিহাসিক তথ্য হতে সহজেই অনুমেয় প্রথম সমাধানকারী কে?

তথ্যসূত্র

১. বণিতা মোহন দে; নবযুগ ত্রিকোণমিতি; ওমর বুক্স, ৩৪/২ নর্থব্রুক হল রোড; ঢাকা-১১০০। প্রথম প্রকাশ: ১৯৭৯, পৃ. ৯৫।

২. কামাল উদ্দীন আহমেদ; উচ্চ মাধ্যমিক গণিতের Theorem সম্ভার; আশরাফিয়া বইঘর, ৩৬ বাংলাবাজার, ঢাকা-১১০০। প্রথম প্রকাশ: জুন ২০০৯, পৃ. ১২২

৩. অসীম কুমার সাহা, বি এম ইকরামুল হক, মো: নূরুল ইসলাম; উচ্চতর গণিত প্রথম পত্র, অক্ষপত্র প্রকাশনী, ৪৩ শিল্পাচার্য জয়নুল আবেদীন সড়ক, ঢাকা। প্রথম প্রকাশ : জুইল ২০১৩, পৃ. ১৬৫।

৪. মোঃ রফিকুল ইসলাম, মোঃ হাবিবুর রহমান, কাজী কামরুজ্জামান, উচ্চমাধ্যমিক উচ্চতর গণিত, প্রথম পত্র, রূপন্তী প্রকাশনী, ঢাকা। প্রথম প্রকাশ: জুলাই ২০১৩, পৃ. ১৬৪।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৪৭-৫৬

বাংলাদেশের প্রাথমিক স্তরের শিক্ষাক্রমে গণিতের স্থান: একটি পর্যালোচনা

ড. মোঃ আব্দুল হালিম
অধ্যাপক, আইইআর, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
রায়হানা তসলিম
সহযোগী অধ্যাপক
গণিত ও প্রকল্প পরিচালক (৯টি সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় স্থাপন প্রকল্প)

ভূমিকা

শিশু মনে গণিতের ধারণাকে প্রথিত করার লক্ষ্যে বাংলাদেশের প্রাথমিক স্তরের শিক্ষা কার্যক্রমে গণিতের স্থান নানা বিবেচনায় গুরুত্ব বহন করে। প্রাথমিক স্তরে যে সকল বিষয় অত্যাবশ্যক হিসেবে বিবেচিত তার মধ্যে ভাষা-দক্ষতার পাশাপাশি গাণিতিক দক্ষতা অর্জন অত্যন্ত প্রয়োজনীয়। এ কারণে 'বাংলাদেশের ভবিষ্যৎ প্রজন্মকে একবিংশ শতাব্দীর আধুনিক মানুষ হিসাবে গড়ে তোলার জন্য সর্বাধিক গুরুত্ব পেয়েছে ভাষার দক্ষতার পাশাপাশি যুক্তি, বিজ্ঞান, প্রযুক্তি ও গাণিতিক ধারণা লাভ - এক কথায় সকল শিশুর জন্য মানসম্মত প্রাথমিক শিক্ষা'।[১] মানব শিশুর জ্ঞান ও দক্ষতা বিকাশের প্রাথমিক স্তরে প্রথমেই ভাষা শিক্ষা গ্রহণ করতে হয়। শিশু ভূমিষ্ট হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে মা বাবা ভাই বোন, আত্মীয়-স্বজন এবং প্রতিবেশীদের সহজাত সাহচর্যে তার ভাষা-দক্ষতা প্রকৃতির নিয়মেই অর্জিত হতে থাকে। প্রাথমিক স্তরে আনুষ্ঠানিক শিক্ষা শুরুর পর্বে পারিবারিক স্তরে শিক্ষাপ্রাপ্ত সেই ভাষাজ্ঞান বর্ণ ও অক্ষরজ্ঞানে রূপ নেয়। বর্ণমালা চেনা ও জানার পর শব্দ গঠন এবং বাক্য গঠনের প্রণালী সে রপ্ত করে। ভাষা শেখার স্তরেই সে শেখার প্রয়াস পায় সংখ্যা। সংখ্যার সাথে পরিচয়ের সূত্র ধরেই তার প্রাথমিক গণিত শিক্ষার সূচনা ঘটে। শুধু দেশীয় প্রেক্ষাপটেই নয়, আন্তর্জাতিক ক্ষেত্রেও এভাবে বর্ণমালা এবং ভাষা শেখার পাশাপাশি শিশুর গণিত শিক্ষার সূত্রপাত ঘটে। এ কারণেই বিশ্বের অন্যান্য দেশের মত বাংলাদেশেও প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে গুরুত্বের সাথে গণিত-পঠন-পাঠন স্থান করে নিয়েছে। পৃথিবীর সকল প্রান্তেই প্রাথমিক শিক্ষা প্রচলিত রয়েছে। প্রাথমিক শিক্ষাকে গুণগত মানসম্মত করার লক্ষ্যে সুনির্দিষ্ট শিক্ষাক্রম রয়েছে। 'আর শিক্ষাক্রম হলো প্রত্যেক শিক্ষা কার্যক্রমের একটি সুনির্দিষ্ট নির্দেশনা। সেখানে কী কী করা হবে, কীভাবে করা হবে, কতটুকু সময়ব্যাপী করা হবে, কাদের জন্য করা হবে তার সবকিছু শিক্ষাক্রমে বিস্তৃতভাবে উল্লেখ করা থাকে'।[২] সুসংহত ও সুচিন্তিত পরিকল্পনার মাধ্যমে শিক্ষাক্রম প্রণিত হয়ে থাকে। মূলত 'শিক্ষাক্রম যে কোন শিক্ষা কার্যক্রমের সুচিন্তিত পরিকল্পনা। শিক্ষাক্রমকে কেন্দ্র করেই শিক্ষা ব্যবস্থার অন্যান্য

কর্মকাণ্ড পরিকল্পিত ও বাস্তবায়িত হয়’।[৩] প্রাথমিক সুচিন্তিত শিক্ষাক্রমে ভাষাশিক্ষার পাশাপাশি গণিত শিক্ষার ও অপরিহার্যতা রয়েছে। কারণ ‘আধুনিক জাতীয় জীবনে গণিতের অবদান অনস্বীকার্য। ভাষা শিক্ষার পরেই গণিতের স্থান। গণিত একদিকে যেমন ব্যক্তিচিন্তার ও উদ্ভাবনী শক্তির ক্রমবিকাশের মাধ্যমে সকল বিষয়ে উৎকর্ষ লাভের সহায়ক, তেমনি অন্যদিকে বিজ্ঞানের জগতে প্রবেশের সোপান’।[৪] ‘শিশুর দৈনন্দিন জীবনের চাহিদা মেটানো এবং উচ্চ শিক্ষার ভিত গঠনের জন্য গণিত হলো শিক্ষাক্রমের আওতাভূক্ত একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়’।[৫] ‘শিক্ষাক্রমের নির্ধারিত যোগ্যতা, শিখনফল অর্জনের লক্ষ্যকে সামনে রেখে গণিত বিষয়ের বিষয়বস্তু নির্বাচন ও উপস্থাপন করা হয়েছে যাতে শিক্ষার্থীর চিন্তাশক্তি ও সৃজনশীলতার বিকাশ ঘটে এবং সমাজের দায়িত্বশীল নাগরিক হিসেবে গড়ে উঠে’।[৬] প্রাথমিক স্তরে গণিত শিখন-শেখানো কার্যক্রম সফলভাবে বাস্তবায়ন নিশ্চিত করার মাধ্যমে একজন শিক্ষার্থী গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনে সক্ষম হয়। প্রাথমিক স্তরের গণিত শিক্ষাক্রমের বিষয়বস্তু শিক্ষার্থীর বয়স ও যোগ্যতার সাথে কতটা সামঞ্জস্যপূর্ণ এবং যুগোপযোগী ও গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনে যথাযথ ভূমিকা রাখছে কী-না তা পর্যালোচনার দাবি রাখে।

সাহিত্যে পর্যালোচনায় গণিত শিক্ষার গুরুত্ব

সকল দেশের জাতীয় শিক্ষা ব্যবস্থাপনায় গণিতের স্থান শিক্ষাক্রমের কেন্দ্রভূমিতে অবস্থান করে। ভবিষ্যত বিশ্বের চাহিদা পূরণে বিশ্বের প্রতিটি দেশ শিশুদের যথাযথভাবে গণিতে দক্ষ করে তোলার জন্য অধিকতর গুরুত্ব আরোপ করা হয়ে থাকে। ফরাসি সম্রাট নেপোলিয়ন বোনাপার্ট দেশের ক্রমাগত সমৃদ্ধি অর্জনের ক্ষেত্রে শিক্ষিত মায়ের পাশাপাশি গণিত শিক্ষার প্রয়োজনীয়তাকে অনুধাবন করেছিলেন। ফ্রান্সের উন্নয়নে তিনি যেসব পরিকল্পনা পেশ করেছিলেন তাঁর সে পরিকল্পনাই অন্যান্য বিষয়ের সাথে তিনি গণিত চর্চার বিষয়টি অন্তর্ভুক্ত করেছিলেন। তিনি স্পষ্টরূপে বলেছিলেন যে ‘একটি দেশের কল্যাণ সাধন গণিতের অগ্রগতি ও উন্নতির সাথে সরাসরি সম্পৃক্ত’।[৭]

মূলত সভ্যতার ক্রমবিকাশের সাথে সাথে চতুর্থ শিল্প বিপ্লবের এই যুগে গণিতের ব্যবহারিক মূল্য আজ সর্বজন স্বীকৃত। এ কারণে শিশুর ভাষা-দক্ষতা অর্জনের সাথে সাথে গণিত দক্ষতা অর্জন অপরিহার্য হয়ে পড়েছে। তাই ‘বিশ্বের অধিকাংশ দেশের সর্বজনীন প্রাথমিক শিক্ষার অর্থই হলো প্রত্যেক শিশু প্রাথমিক বিদ্যালয়ে যাবে এবং অন্যান্য বিষয়ের সাথে কিছু না কিছু গণিতের জ্ঞান অবশ্যই তাদের সামর্থ্যনুয়ায়ী অর্জন করবে। তাই গণিত শিক্ষা এমনভাবে দিতে হবে যাতে প্রতিটি শিশু জীবন ও জীবিকার প্রয়োজনে মূল চালিকা শক্তি হিসাবে গ্রহণ করে এবং রাজনৈতিক সচেতন নাগরিক হিসেবে সামাজিক কর্মকাণ্ডে অংশগ্রহণ করতে পারে’।[৮] বস্তুত পৃথিবীতে সরকারি কী

বেসরকারি এমন কোন শিক্ষা প্রতিষ্ঠান পাওয়া যাবে না যেখানে গণিত শেখানো হয় না। বাংলাদেশের প্রেক্ষাপটে শিশুর শিক্ষার মৌলিক বিষয় হলো পড়া, লেখা ও পাটীগণিত। এর মধ্যে পাটীগণিতকে বিশেষভাবে গুরুত্বপূর্ণ মৌলিক বিষয় হিসেবে বিবেচনা করা হয়ে থাকে। বর্তমান জ্ঞান-বিজ্ঞান ও প্রযুক্তিসমৃদ্ধ সমাজে গণিতের ব্যাপক প্রয়োগের কারণেই বিষয়টি মানুষের বৈষয়িক ও সামাজিক জীবন-যাপনে অত্যাবশ্যকীয় বিষয় হিসেবে বিবেচিত হচ্ছে। তাই বাংলাদেশের প্রাথমিক শিক্ষা স্তরে মৌলিক গাণিতিক ধারণা ও দক্ষতা অর্জনের সুযোগ থাকতে হবে যাতে শিশু বাস্তব জীবনের সমস্যা সমাধানের পাশাপাশি যৌক্তিক চিন্তার বিকাশ ঘটাতে পারে।

শিশুর মনে যথার্থতা, সরলতা, ফলাফলের মৌলিকতা এবং যৌক্তিক চিন্তার বিষযাবলীর উন্নয়নই গণিত শিক্ষার বিবেচ্য বিষয়। এই কারণেই গণিতের প্রকৃত শৃঙ্খলামূলক মূল্য অনেক বেশি। John lookey বলেছেন 'গণিতের মাধ্যমে যৌক্তিক চিন্তার বিকাশ যতটা হয় অন্য কোন বিষয়ের মাধ্যমে তা সম্ভব নয়'।[৯] তাইতো প্রযুক্তি সমৃদ্ধ এ সমাজ ব্যবস্থায় গণিত জ্ঞানীয় জগতের কেন্দ্রবিন্দুতে জায়গা করে নিয়েছে এবং মানুষের মনোজগতের উদ্ভাবনী খোরাক যোগাচ্ছে। সমাজবিজ্ঞানের জনক August Comte তাঁর Positive Philosophy তে বলেছেন- 'Any kind of knowledge reduces the positive stage early in proportion to its generality, simplicity and independence of other departments." Thus mathematics enters the positive stage first'. এজন্য তিনি গণিতকে চিন্তা জগতের মৌলিক চাবিকাঠি হিসেবে আখ্যায়িত করেছেন। তাইতো 'প্রাকৃতিক নিয়মকানুন অনুসন্ধানে যৌক্তিক চিন্তার বিকাশে গণিতকে অতীব কার্যকর যন্ত্র হিসেবে ব্যবহৃত হচ্ছে'।[১০]

গণিত শুধু সংখ্যা নয়, এটি ভাষাও বটে। গণিত মূলত 'সংবিধিবদ্ধ পদ এবং সংক্ষিপ্ত প্রতীকমূলক উপস্থাপন স্পষ্টতর যোগাযোগের মাধ্যমে হিসেবে ভাষায় অলংকার দান করে। ভাষা হিসেবে গণিত ধারণা প্রকাশে চিহ্ন, প্রতীক ব্যবহৃত হয়; নতুবা ধ্বনি নির্দেশক চিহ্ন বা বর্ণ হিসেবে ব্যবহৃত হয়। সমীকরণ ২ + ৩ = ৫ এর অর্থ সারা বিশ্বে একই; এর কোন ভিন্নতা নেই। কে কেমন করে পড়ল এটা কোন বিষয়ই নয়। অধিকন্তু, ভাষার স্পষ্টতা, নির্ভুলতা, ধ্বনি-নির্দেশক চিহ্ন হিসেবে গণিত মানসিক শ্রম লাঘবকারী যন্ত্র হিসেবে ব্যবহৃত হচ্ছে। গণনা, সমস্যা সমাধান, গণনা সম্পর্কিত প্রমাণাদি সম্পাদান করতে গণিতই আমাদেরকে সহায়তা করছে। স্বাভাবিক ভাষা (Natural Language) দ্বারা এ ধরনের বিষয়াদি সম্পাদান করা অসম্ভব। গণনা সম্পন্ন করার জন্য এই প্রতীকগুলোই যথাযথ ও প্রকাশযোগ্য গাণিতিক পরিভাষা'।[১১]

গণিত শুধু সংখ্যা গণনার মধ্যেই সীমাবদ্ধ নয়। দৈনন্দিন হিসাব-নিকাশ, ব্যবসায়ে লাভ-ক্ষতি এবং পারিবারিক আয়-ব্যয়, বাজেট প্রণয়ন ও পরিচালনার মধ্যেই গণিত আজ আর সীমাবদ্ধ নেই। গণিত আজ আধুনিক সভ্যতা বিনির্মাণে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা

পালন করছে। তাই 'আনুষ্ঠানিক শিক্ষার শুরু থেকেই শিক্ষাক্রমে গণিত অত্যাবশ্যকীয় বিষয় হিসেবে প্রচলিত আছে এবং এর গুরুত্ব বিবেচনায় তা চলতেই থাকবে'।[১২] মূলত প্রত্যেক নাগরিকের জন্য গণিতের প্রাথমিক জ্ঞান থাকা অত্যন্ত জরুরি। কারণ অর্থনীতির দ্রুত পরিবর্তনের ফলে সমাজ ব্যবস্থাও দ্রুত শিল্পায়ন ও প্রযুক্তিগত দিক থেকে দ্রুত পরিবর্তন ঘটছে। এ কারণে শিক্ষাক্রমে গণিত শিক্ষার জোর দেওয়া হয়েছে তার শৃঙ্খলামূলক উদ্দেশ্য চরিতার্থ করার জন্য। 'আজকাল সামাজিক ও সাংস্কৃতিক পরিবেশকে ভালভাবে বোঝার জন্য পরিবর্তিত শিক্ষা ব্যাবস্থায় মানুষের প্রাত্যহিক জীবনে গণিতের ব্যবহার শৃঙ্খলামূলক উদ্দ্যেশ্যর পাশাপাশি প্রায়োগিক উদ্দ্যেশ্যর ওপর অধিক জোর দেওয়া হচ্ছে'।[১৩] সাধারণত শিক্ষাবিদরা চিন্তন দক্ষতা উন্নয়নের জন্য গণিতকে সর্বোত্তম মাধ্যম হিসাবে বিবেচনা করে থাকেন। কোন বিষয় ভালভাবে বোঝার ক্ষেত্রে গণিত শিক্ষা বিশেষ ভূমিকা পালন করে থাকে। তাই ভবিষ্যতে 'পেশা নির্ধারণের ক্ষেত্রে অথবা পৃথিবীর স্বাভাবিক (Natural) আচরণ বা মানব মনের সৃষ্টিশীল অর্জন বুঝার জন্য গণিত কেন্দ্রিয় ভূমিকা পালন করে থাকে'।[১৪]

বস্তুত 'জাতীয় তথ্য ভাণ্ডার (পরিমাণগত তথ্য) সংরক্ষণ ও প্রযুক্তির অগ্রযাত্রার ক্রমাগত বৃদ্ধি পাওয়ায় বর্তমান সমাজ ব্যবস্থা পরিবর্তনের কারনেই শিক্ষার প্রাথমিক স্তরে বিদ্যমান গণিত শিক্ষা কার্যক্রম আরো জোরদার করার প্রয়োজনীয়তা অনুভূত হচ্ছে'।[১৫] সুতরাং অত্যাবশ্যকীয় বিষয় হিসেবে গণিতের জ্ঞান যুক্তিসম্মত ও যথাযথ থাকা দরকার। প্রাথমিক স্তরে শিক্ষার্থীদের গণিতের যথাযথ জ্ঞান প্রদান করা সত্ত্বেও শিশুর মানসিক বিকাশ সাধনের জন্য গণিতের দক্ষতা ও ধারণা উন্নয়ন প্রয়োজন। অনেক ক্ষেত্রে গণিতকে বিষয়বস্তুভিত্তিক বিষয় মনে না করে এটিকে নৈপুণ্য অর্জন বিষয় মনে করা হয়। অবশ্যই একথাও সত্য যে, প্রাথমিক শিক্ষায় পাটীগণিতে অনেক দক্ষতা অর্জন করতে হয়। যে সব শিক্ষার্থীরা গণিতে পরিপূর্ণ জ্ঞান রাখে, তারাই উত্তরকালে বেশি সাফল্য অর্জন করে থাকে। মূলত গণিত চিন্তার উন্নয়নে একটি অত্যাবশ্যকীয় উপাদান।

প্রাথমিক স্তরে গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য

গণিতের 'অ, আ, ক, খ' বলতে যা বোঝায় প্রাথমিক স্তরের বিষয়বস্তু হিসেবে গণিত শিক্ষায় তাই অন্তর্ভুক্ত থাকে। এ স্তরে একজন শিক্ষার্থীর 'দৈনন্দিন জীবনের ধারণাকে সংখ্যায় ব্যক্ত করা শিখানো হয়। তার চিন্তাকে যথাযথভাবে প্রকাশ করতে পারা শিখানো হয় এবং স্থান-সংক্রান্ত ধারণার উন্নয়ন ও প্রয়োগ দক্ষতা শিখানো হয়'।[১৬] বস্তুত 'বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির বৈপ্লবিক পরিবর্তনের ক্ষেত্রেও গণিত গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রেখে চলেছে। গণিত শিশুর চিন্তাশক্তিকে বিশ্লেষণ ও যুক্তি দিয়ে বর্ণনার বাহন হিসেবে

পরিচালিত করে। যেহেতু অনেক বিষয়ে সংখ্যাগত এবং পরিমাপগত বিষয়ের ব্যবহার উত্তরোত্তর বৃদ্ধি পাচ্ছে তাই অন্যান্য এরিয়ায় শিক্ষার্থীর শিক্ষা ও শিশুর পরিবেশের প্রাসঙ্গিকতায় গণিতের ব্যবহারের ওপর গুরুত্ব আরোপ করা হচ্ছে’।[১৭]

প্রায়োগিক প্রয়োগের ক্ষেত্রেও গণিত একান্ত প্রাসঙ্গিক। সর্বোপরি গণিতের প্রভাব ও প্রতিপত্তির উদাহরণ সর্বত্র বিরাজমান; যেমন- গাড়ি চালনার কলাকৌশল হতে আবহাওয়ার ভবিষ্যৎ বাণী। এ কথা সর্বজন স্বীকৃত যে আধুনিক প্রযুক্তি-সমৃদ্ধ দুনিয়ায় সাফল্য অর্জন করতে হলে গণিতে অবশ্যই কিছু জ্ঞান থাকতে হবে। National Research Council of United State-এ বর্ণিত আছে যে ‘Mathematics is the key to opportunity. The call for higher expectations and the use of Mathematics as a pump & not a filter.’[১৮] বিদ্যমান প্রযুক্তি সমৃদ্ধ সমাজ ব্যবস্থায় গণিতের যে সব দক্ষতাগুলো দৈনন্দিন জীবনে প্রয়োজন বোধ হয় তা হলো আনুমানিক হিসাব, সমস্যা সমাধান, উপাত্ত ব্যবস্থা (Interpreting) উপাত্ত সংগঠন (organing), পরিমাপ (measuring) ভবিষ্যদ্বাণী (predictive) এবং প্রয়োগ (applying)। এজন্য পরিবর্তিত সমাজ ব্যবস্থায় মৌলিক গাণিতিক দক্ষতাগুলো অগ্রাধিকারের ভিত্তিতে পুণঃসংজ্ঞায়িত করে বিন্যাশ করা অত্যাবশ্যক।[১৯] মূলত গণিত চিন্তার খোরাক যোগায়, যৌক্তিক প্রমাণ সংঘটনে সহায়তা করে। কোন ধারণা সত্য বা সত্য নয় গণিত তা নির্ণয় করে থাকে। কোন কোন ক্ষেত্রে সম্ভাব্য সত্য নির্ণয় করে থাকে।

প্রাথমিক স্তরে গাণিতিক সাক্ষরতা

দৈনন্দিন জীবনের প্রাথমিক চাহিদা পূরণে গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জন করা খুবই প্রয়োজন। গাণিতিক সাক্ষরতা বলতে সাধারণত ‘১। গাণিতিক ধারণা অনুধাবনের সক্ষমতা; ২। নম্বর, ৩। গ্রাফ, ৪। প্রতীক, ৫। চিত্র সম্বলিত তথ্যকে যৌক্তিক বিশ্লেষণ করার সক্ষমতা; ৬। গাণিতিক ব্যাখ্যা উপস্থাপনের দক্ষতা; ও ৭। গাণিতিক সমস্যা সমাধানের দক্ষতাকে বোঝায়’।[২০] গাণিতিক সাক্ষরতা পরিমাপের মানদণ্ডসমূহকে ৩টি উপায়ে সাধারণত ব্যাখ্যা-বিশ্লেষণ করা যায়। যাথা:

(১) স্থানিক সাক্ষরতা (Spatial Literacy): ত্রিমাত্রিক জগতের অন্তর্গত বিভিন্ন বস্তুর বৈশিষ্ট্য ও আপেক্ষিক অবস্থান সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতাই হলো স্থানিক সাক্ষরতা। ‘এ দক্ষতা অর্জনে সহায়তার জন্য প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে বিন্দু, রেখা, তল, লম্ব, সমান্তরাল রেখা, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সর্ম্পকিত বিভিন্ন প্রাথমিক ধারণা সংগঠন করা হয়েছে’।[২১]

(২) সংখ্যাগত (Numeracy) সাক্ষরতা: সংখ্যাগত সাক্ষরতার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর সংখ্যা সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন প্রক্রিয়াজনিত ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত

সক্ষমতা প্রকাশ পায়। ‘এ সাক্ষরতা অর্জনের লক্ষ্যে প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে সংখ্যার মৌলিক ধারণা যেমন- সংখ্যা গণনা ও পড়া, জোড় ও বিজোড় সংখ্যা, মানসংখ্যা ও ক্রমসংখ্যা, স্থানীয় মান, সংখ্যার তুলনা, বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা; সংখ্যার প্রাথমিক চার নিয়ম- যোগ ও বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, প্রাথমিক চার নিয়ম সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; গড়ের ধারণা ও ব্যবহার; গ.সা.গু ও ল.সা.গু এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; বিভিন্ন প্রকার ভগ্নাংশ, ভগ্নাংশের তুলনা, ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ এবং দৈনন্দিন জীবনে এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান; দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা, দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান, দশমিক ভগ্নাংশের রূপান্তর ও ভগ্নাংশের তুলনা এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান নিয়ে আলোচনা করা হয়’ ।[২২]

(৩) পরিমাণবাচক সাক্ষরতা (Quantitative Literacy): শিক্ষার্থীর পরিমানবাচক সাক্ষরতা বলতে বিভিন্ন পরিমাণের মধ্যকার পরিবর্তন ও সম্পর্ক সংশ্লিষ্ট ধারণা অনুধাবন, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগজনিত সক্ষমতা বোঝায়- যার মধ্যে সম্ভাব্যতার ধারণাও অর্ন্তভুক্ত। সংখ্যাগত সাক্ষরতা ও পরিমানবাচক সাক্ষরতার মধ্যে আন্তঃসর্ম্পক রয়েছে। ‘এ সাক্ষরতা অর্জনের প্রারম্ভিক লক্ষ্যে প্রাথমিক গণিত শিক্ষাক্রমে ঐকিক নিয়মে গাণিতিক সমস্যার সমাধান; শতকরার ধারণা, শতকরাকে ভগ্নাংশে এবং ভগ্নাংশকে শতকরায় রূপান্তর এবং শতকরার ব্যবহার, উপাত্ত উপস্থাপনে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিন্যস্তকরণ, বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত উপাত্ত লেখচিত্রে উপস্থাপন ও বিশ্লেষণ, জনসংখ্যা সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান এবং সমস্যা তৈরি ও সমাধান; ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটারের ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে’।[২৩] জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড এর প্রাথমিক স্তরের শিক্ষাক্রমে কতগুলো প্রান্তিক যোগ্যতার প্রতি লক্ষ্য ও বিবেচনা রাখার নির্দেশনা দেয়া হয়েছে। আপন আপন পরিবেশ থেকে উদ্ভূত দৈনন্দিন জীবনের গাণিতিক সমস্যা এবং এসকল সমস্যা সমাধানের যোগ্যতা অর্জনে শিক্ষার্থীকে আগ্রহী করে তোলাই এ নির্দেশনার মূল উদ্দিষ্ট।

- ‘কল্পনা, কৌতূহল, সৃজনশীলতা ও বুদ্ধির বিকাশে আগ্রহী হওয়া;
- সংগীত, চারু ও কারু কলা ইত্যাদির মাধ্যমে সৃজনশীলতা, সৌন্দর্য চেতনা, সুকুমার বৃত্তি ও নান্দনিক চেতনা বোধের প্রকাশ এবং সৃজনশীলতার আনন্দ ও সৌন্দর্য উপভোগে সামর্থ্য অর্জন করা;
- বিজ্ঞানের নীতি ও পদ্ধতি এবং যৌক্তিক চিন্তার মাধ্যমে সমস্যা সমাধানের অভ্যাস গঠন এবং বিজ্ঞান মনস্কতা অর্জন করা;
- প্রযুক্তি এবং তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি সম্পর্কে জানা ও প্রয়োগের মাধ্যমে জীবন যাত্রার মান উন্নয়ন করা;
- গাণিতিক ধারণা ও দক্ষতা অর্জন করা;
- যৌক্তিক চিন্তার মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধান করতে পারা;

- ব্যক্তিগত, পারিবারিক, সামাজিক ও রাষ্ট্রীয় সম্পদের সুষ্ঠু ব্যবহার ও সংরক্ষণে যত্নশীল হওয়া;
- মানুষের মৌলিক চাহিদা ও পরিবেশের ওপর জনসংখ্যার প্রভাব এবং জনসম্পদের গুরুত্ব সম্পর্কে জানা;
- জাতীয় ইতিহাস, ঐতিহ্য ও সংস্কৃতি সম্পর্কে জানা এবং এগুলোর প্রতি শ্রদ্ধাশীল হওয়া;
- বাংলাদেশকে জানা ও ভালোবাসা।'[২৪]

প্রাথমিক স্তরে ন্যূনতম গাণিতিক সাক্ষরতা অর্জনে যা জানা আবশ্যক

প্রাথমিক স্তরে বোধগম্য ও বাস্তব উপকরণের সাহায্যে শিক্ষার্থীকে গণিত সম্পর্কে ধারণা প্রদান করতে হবে। তাকে সহজবোধ্য উপায়ে ০ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যা প্রতীকগুলো চেনানোর পাশাপাশি সে যাতে কোটি পর্যন্ত সংখ্যার তুলনা করতে পারে, মানের ক্রমানুসারে সাজাতে পারে, শূন্য থেকে একশ পর্যন্ত ক্রমবাচক সংখ্যা পড়তে, লিখতে এবং প্রয়োগ করতে পারে, দুই থেকে ততোধিক সংখ্যা পর্যন্ত যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করতে পারে, বাংলাদেশি মুদ্রা ও টাকা চিনতে পারে, দৈনন্দিন লেনদেন এ ব্যবহার উপযোগী হতে পারে, গড় এবং লসাগু, গসাগু, প্রতীক, শতকরা, ভগ্নাংশ, তল, রেখা, বিন্দু, লেখচিত্র, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত, চিত্র আঁকতে পারা, ক্যালকুলেটরের ব্যবহার কৌশল এবং কম্পিউটার সম্পর্কে প্রাথমিক ধারণা লাভ করে তা প্রয়োগ করতে পারে সেদিকে লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন।

উপসংহার

বস্তুত বাংলাদেশের প্রাথমিক স্তরের শিক্ষাক্রমে সুদৃঢ়ভাবে গণিতের স্থান নির্ধারণ হওয়া উচিত। শিশুর কোমল মনে আনন্দের সাথে গণিত শিক্ষার সংযোজন অত্যাবশ্যক। সূচনালগ্নে শিশুমনে গণিত ভীতি যাতে তৈরি না হয় সেকারণে শিশুকে প্রাথমিক স্তরে গণিত শিক্ষার ক্ষেত্রে সহজ থেকে কঠিন এবং জানা থেকে অজানা জগতে কৌতূহল এবং আনন্দের মাধ্যমে শিক্ষাদানের প্রতি দৃষ্টিপাত করতে হবে। গণিতের দৃঢ়মূল ভিত্তি সহজ উপায়ে তার মন ও মস্তিষ্কে স্থাপন করতে হবে। শিশুর সার্বিক বিকাশের জন্য প্রাথমিক শিক্ষার লক্ষ্যকে সামনে রেখে গণিত শেখার মূল উদ্দেশ্য এবং প্রান্তিক যোগ্যতা যুগের চাহিদা অনুযায়ী সময় সময় শিক্ষাক্রম পরিমার্জন ও পুনর্নির্ধারণ করা প্রয়োজন। কারণ উল্লিখিত গাণিতিক সাক্ষরতা শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যতের প্রয়োজনীয় ভিত্তি রচনা করতে সহায়ক হবে। বাংলাদেশে বিদ্যমান পাঁচ বছর মেয়াদী প্রথমিক শিক্ষা সমাপনান্তে শিশুরা যাতে উপরে উল্লিখিত গাণিতিক সাক্ষরতা সাফল্যের সাথে অর্জন করতে পারে সেদিকে মনোসংযোগ সাধন করতে হবে।

তথ্যনির্দেশ

১. মোঃ আব্দুল হালিম ও অন্যান্য সদস্য, বাংলাদেশের প্রাথমিক স্তরের গণিত শিক্ষাক্রম: একটি নমুনা জরিপ-ভিত্তিক পর্যালোচনা, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় পত্রিকা, সংখ্যা- ৬৮ অক্টোবর ২০০০, পৃ.২২২

২. জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী, প্রাথমিক শিক্ষক-শিক্ষা, ডিপিএড, গণিত বিষয়বিজ্ঞান ও শিক্ষকবিজ্ঞান, ময়মনসিংহ, ২০১৮, পৃ. ২১৪

৩. জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষাক্রম ২০১১, পৃ. ৪

৪. জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, আবশ্যকীয় শিখনক্রম (প্রাথমিক শিক্ষা) ঢাকা ১৯৯৮, পৃ. ২৬

৫. জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী, প্রাগুক্ত, পৃ. ২১১

৬. জাতীয় প্রাথমিক শিক্ষা একাডেমী, প্রাগুক্ত, পৃ. ২১২

৭. Sidher, K. S. (1971). The teaching of Mathemaics, New Delhi: Starling Publishers Private Limited.

৮. Jacobson, E. (1996). International Cooperation in Mathematics Education, (ed.) in Bishop, A. J. et.al. International Handbook of Mathematics Education part-two. pp. 1235-1256, Netherlands: Kluwar Academic Publishers.

৯. Shah, G.B. (1964). New Dimension int he Teaching Mathematics, Centre of Advance Study in Education, The M.S. University of Baroda, p.7

১০. Ramnarayana, A. (2001). Learning Mathematics – a Joy! The Primary Teacher, 26(3), pp. 11-15

১১. Thanachaikun, N. (1986). An Analytical Study of Undergradute Curricula for Prospective Secondary school Mathematics Teachers in Thailand. Unpublished Doctoral Thesis, The M.S. University of Baroda, p.4

১২. NCERT, (2000).National Curriculum Framework for School Education (Preface), New Delhi: National Council of Education Research and Training.

১৩. Dayal, R. (1977). Teaching of Mathematics (Lower Primary Classes). In Report of Three Regional Meetings,Primary Education Curriculum Renewal and Developmental Activities in Comminuity Education and Participation, Primary Curriculum Development Cell, NCERT, p.45

১৪. Shuard, H. (1984). Contemporary Trends in Primary School Mathematics: Implication for Teacher Education, Ed. by Morris, R. in Studies in Mathematics Education: The Mathematical Education of Primary School Teachers, Vol. 3, UNESCO, Paris p23

১৫. Kaul, V., Dadhich, M. & Soni, R. (1995). Process based readiness Programme for Primary level Mathematics – A Longitudinal Study. In School Effectiveness and Learning Achievement at primary Stage, International Perspective, NCERT, New Delhi, Pp. 42-44.

১৬. NCERT, 1991). Minimum levels of Learning at Primary Stage, p.1

১৭. Ramachandran, K. & Gupta, V.P. (1987). Let's Learn Mathematics – Book One, A Textbook for Class one (foreword). NCERT, New delhi

১৮. Reese, G. (1998). About "in the Kiva, we don't Talk about 'What's the Square Root of Two?" Mathematics and liberatory Education. Theory into Practice, 37(4).

১৯. Fonacier, J.C. (1984). The Responsibility of Primary School Teachers for the Mathematics Component of the Curriculum: Implications for Teacher Education. (ed.) in Morris, R. studies in Mathematics Education: The Mathematical Education for Primary School Teachers. Vo.3, Pp 13-21, UNESCO, Paris.

২০. PISA (2009). Mathematical Literacy, retrive on 2020, www.ibe. unesco.org/en/curriculum-terminology/m/math/2009

২১-২৩. জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড (২০১৯) ১ম-৫ম শ্রেণি প্রাথমিক গণিত পাঠ্যপুস্তক

২৪. বাংলাদেশের প্রাথমিক স্তরের গণিত শিক্ষাক্রম, জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা পৃঃ ৯৪

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৫৭-৬০

মাধ্যমিক গণিত : প্রেক্ষিত বাংলাদেশ

মোঃ কমরউদ্দিন আকন
সহযোগী অধ্যাপক (গণিত)
বিসিএস (সাধারণ শিক্ষা)

কোনোকিছু লেখার শুরুটা অত্যন্ত কঠিন। যখন মাধ্যমিক গণিত নিয়ে কিছু লেখার চিন্তা করছি তখন গণিতের সমস্যা ও সম্ভাবনার বিষয়টিই আমার মাথায় প্রথম এসেছে। বাংলাদেশে মাধ্যমিক গণিতের কারিকুলাম সর্বশেষ রচিত হয়েছে ২০১২ সালে। ২০১৩ সাল থেকে তার বাস্তবায়ন শুরু হয়েছে। ইতোমধ্যে বেশ কয়েক বছর অতিক্রান্ত হয়েছে। মাধ্যমিক গণিতের নানাবিধ বিষয় নিয়ে বিভিন্ন মহলে আলোচনা হয়েছে । আলোচনা-সমালোচনার একটি ভালো দিক হলো বর্তমান অবস্থার একটি পরিষ্কার ধারণা পাওয়া এবং ভবিষ্যত পরিকল্পনার দিক নির্দেশনা পাওয়া।

মাধ্যমিক গণিতে শিখনফলের উপর গুরুত্ব দিয়ে তা অর্জনের কথা বলা হয়েছে। অর্থাৎ কোনো একটি শ্রেণিতে শিক্ষার্থী কী শিখনফল অর্জন করবে এবং সেটা কীভাবে পরিমাপ করা হবে সেটাই বিবেচ্য বিষয়। গণিতের ক্ষেত্রে স্পষ্টভাবে শিখনফল লিখে প্রকাশ করা যায় এবং পরিমাপও করা যায়। ফলে গণিতের কারিকুলাম নিয়ে বোধ করি আমাদের গণিতবিদগণ অনেকটা স্বস্থির মধ্যে আছেন। কিন্তু আমার প্রশ্নটা এখানেই। আমরা লক্ষ্য করলে দেখবো মাধ্যমিক গণিতের ক্ষেত্রে বেশ ক'বছর যাবত আমরা একই জায়গায় দাঁড়িয়ে আছি। আমাদের মধ্যে একটি সাধারণ ধারণা 'গণিতে আবার পরিবর্তন কী?'। এটি একটি বিশুদ্ধ জ্ঞান। এর তো কোন পরিবর্তন নেই।

সমস্যাটা দেখা দিয়েছে এই জায়গাটাতেই। সময়ের স্রোতে আমাদের ব্যক্তিগত, পারিবারিক, সামাজিক, অর্থনৈতিক ও বৈশ্বিক ক্ষেত্রে পরিবর্তন ঘটেছে। চাহিদার পরিবর্তন ঘটেছে। পরিবর্তিত পরিস্থিতিতে চাহিদার সাথে সমন্বয় করে গণিতকে নিয়ে ভাবতে হবে। আর এই ভাবনাটার মুখ্য সময় এখনই। জাতিসংঘের টেকসই উন্নয়ন লক্ষ্যমাত্রা-২০৩০ এর ৪.৭ অনুয়ায়ী 'By 2030, We have to ensure that all learners acquire the knowledge and skills needed to promote sustainable development - - -'. সুতরাং আমাদেরকে গণিতের জ্ঞানকে কাজে লাগিয়ে কীভাবে টেকসই উন্নয়ন লক্ষ্যমাত্রা অর্জন করতে পারবো সেটাই এখন বিবেচ্য বিষয়। ফলে গণিতের তত্ত্ব ও ধারণাকে কাজে লাগিয়ে তার প্রায়োগিক দিকের উপর আলোকপাত করাই হবে আমাদের মুখ্য কাজ। আর সেই কাজটি সচেতনভাবে করার জন্য গণিতবিদদেরকে চিন্তাভাবনা শুরু করতে হবে।

মাধ্যমিক কারিকুলামের উদ্দেশ্য-শিখনফল ভিত্তিক। উদ্দেশ্যকে বিশ্লেষণ করে শিখনফলে রূপান্তর করা হয়েছে। শিখনফলকে কেন্দ্র করে শিখন শেখানো কার্যক্রম নির্ধারণ করা হয়েছে। ফলে উদ্দেশ্যটা হলো কেন্দ্রবিন্দু। আমরা কী উদ্দেশ্যে গণিত শিখবো। সাদামাটাভাবে যদি আমি একটি উদ্দেশ্যের কথা বলি তবে সেটা হতে পারে 'জ্যামিতিক অঙ্কন ও উপপাদ্য প্রমাণে দক্ষতা অর্জন করা্'। গণিতের সাথে জীবনের সম্পর্ক হলো গণিতকে ব্যবহার করে আমরা বাস্তব জীবনের সাথে সংশ্লিষ্ট কোন কাজটি করতে পারছি তার উপর আলোকপাত করা। আমরা যদি সেটা করতে পারি তবে শিক্ষার্থীরা নানা সময়ে ক্লাশে অথবা ক্লাশের বাইরে শিক্ষককে যে প্রশ্নটি করে (স্যার এটা শিখে কী হবে, ওটা শিখে কী হবে) তা আর করবে না। যখন **উদ্দেশ্য** শিক্ষার্থীর কাছে নিজের জীবনের জন্য প্রয়োজনীয় মনে হবে তখন তা শিখতে সে আগ্রহী হবে। এটাই হবে আমাদের টেকসই উন্নয়ন লক্ষ্যমাত্রায় পৌঁছার সিঁড়ি। ফলে আমাদের মাধ্যমিক পর্যায়ের গণিত নিয়ে ভাবনার সুযোগ রয়েছে। এ ভাবনা হতে হবে সকলের এবং স্বতস্ফূর্ত। কারণ গণিতকে জীবনের সাথে সম্পৃক্ত করে শিখন উপযোগী করার জন্য নিরন্তর ভাবনার প্রযোজন। যে ভাবনার ফল রয়েছে কিন্তু শেষ নেই; যতই ভাববো ততই ফল দেবে। আর এতে সমৃদ্ধ হবে আমাদের দেশের শিক্ষার্থী তথা সারা বিশ্বের পরবর্তী প্রজন্ম।

আমরা যখন শিক্ষার্থীর দৃষ্টিতে গণিতকে দেখবো তখন আমরা দেখবো আমাদের জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে গণিতকে কোন কোন কাজে ব্যবহার করা যায়। সেই কাজটিকে মাথায় নিয়ে গণিতকে খুঁজতে চাই। আর সেটার নতুন নাম হতে পারে 'গাণিতিক কারণ অনুসন্ধান'। পাটিগণিত থেকে সংখ্যা ও পরিমাপে নয়, সংখ্যা ও পরিমাপ থেকে পাটিগণিত ও বীজগণিতে প্রবেশ করতে চাই। জ্যামিতি থেকে আকৃতিতে নয়, আকৃতি থেকে জ্যামিতিতে প্রবেশ করতে চাই। পরিসংখ্যান থেকে সম্ভাবনায় নয়, সম্ভাবনা থেকে পরিসংখ্যানে প্রবেশ করতে চাই। আর এভাবে যদি আমাদের চিন্তাটাকে পরিবর্তন করে নেই তবে মাধ্যমিক পর্যায়ে হয়তো নতুন মাত্রা নিয়ে গণিত আমাদের সামনে এসে হাজির হবে। আর এটা যদি করা যায় তবে শিক্ষার্থীদের কাছে গণিত ভীতিটাও অনেকটা কমে যাবে বলে আমার বিশ্বাস ।

শিখন-শেখানো কার্যক্রমেও আমাদের দৃষ্টিভঙ্গীর পরিবর্তন আনতে হবে । আমরা শিক্ষার্থীদেরকে গণিত শিখাবো না। শিক্ষার্থী গণিত শিখবে এবং সে তা শিখবে কাজের মধ্য দিয়ে, গল্পের মধ্য দিয়ে, সমস্যার সমাধানের মধ্য দিয়ে। শিক্ষক সেখানে থাকবে সহায়তাকারী বা Facilitator.

এবার আসি সৃজনশীল প্রশ্ন পদ্ধতিতে। শিখন যাচাইয়ের জন্য প্রশ্ন অন্যতম হাতিয়ার। আমাদের দেশে গণিত ও হিসাব বিজ্ঞানের জন্য সৃজনশীল প্রশ্নপদ্ধতিতে ভিন্নতা রয়েছে। উদ্দীপক নির্ভর একটি সৃজনশীল প্রশ্নের তিনটি অংশ রয়েছে। যথা: প্রশ্ন ১. (ক), (খ), (গ) : নম্বর বন্টন ২+৪+৪=১০। প্রথম অংশ উদ্দীপক নির্ভর না

হলেও ক্ষতি নেই। কিন্তু দ্বিতীয় ও তৃতীয় অংশ অবশ্যই উদ্দীপক নির্ভর হতে হবে। তা ছাড়া প্রতিটি প্রশ্নোত্তরের মধ্যে পর্যাপ্ত ধাপ থাকতে হবে যাতে ৪ নম্বরের একটি প্রশ্নে ধাপ বিবেচনায় ১ ,২, ৩ বা ৪ নম্বর দেয়ার সুযোগ থাকে। দেশভেদে সৃজনশীল প্রশ্নের কাঠামোতে ভিন্নতা রয়েছে। তবে আমাদের দেশে সৃজনশীল প্রশ্ন বলতে মাধ্যমিক শিক্ষকগণ একটি নির্দিষ্ট কাঠামোকে বুঝে থাকেন। এই নির্দিষ্ট কাঠামো অনুসরণ করা না হলে সৃজনশীল প্রশ্ন হয়নি বলে ধরে নেয়া হয়। আমাদের দেশে সৃজনশীল প্রশ্নের প্রবর্তন মাধ্যমিক শিক্ষায় একটি বড় অর্জন। এই অর্জনকে সামনে আরও শাণিত করার সুযোগ রয়েছে। একজন শিক্ষক যখন প্রশ্ন করেন তখন তাকে প্রথমেই ভাবতে হয় আমাকে এমন একটি উদ্দীপক বেছে নিতে হবে যার মাধ্যমে আমি দুটি বা তিনটি প্রশ্ন করতে পারি। প্রশ্নের নম্বর আগে থেকে নির্ধারিত থাকায় নম্বরের দিকে দৃষ্টি রেখে প্রশ্ন খুঁজতে হয়। ফলে শিক্ষকগণকে প্রশ্ন প্রণয়নের ক্ষেত্রে কাঠামো ঠিক করা নিয়ে বেশি ব্যস্ত হয়ে পড়তে হয়। এতে করে কোনো একটি শিখনফল যাচাইয়ে শিক্ষক যে প্রশ্নটি যেভাবে করতে চান সেটা হয়তো ঠিক সেভাবে উপস্থাপন করতে পারেন না। প্রশ্ন করার ক্ষেত্রে পরিবর্তিত পরিস্থিতিতে বিশ্বের সাথে তাল মিলিয়ে আমাদের দেশেও গণিতবিদগণ প্রশ্নের মান উন্নয়নে ভূমিকা পালন করবেন এমনটাই প্রত্যাশা।

সর্বোপরি মাধ্যমিক গণিতের মান উন্নয়নের সাথে ভবিষ্যত প্রজন্মের শিক্ষার্থীর মান উন্নয়নের বিষয়টি জড়িত। অনেক দেশই গণিতকে বিশেষ গুরুত্ব দিয়ে বিভিন্ন ক্ষেত্রে প্রভূত উন্নতি সাধন করছে। ফলে আমাদের গণিতবিদগণকে এক্ষেত্রে মুখ্য ভূমিকা পালন করতে হবে। গণিতকে বাস্তব জীবনের সাথে সম্পৃক্ত করে সমস্যা সমাধানে শিক্ষার্থীর দক্ষতা বৃদ্ধি করার নতুন নতুন কৌশল উদ্ভাবনের মাধ্যমে আমরাই পারি গণিত শিখনে দৃষ্টিভঙ্গীর পরিবর্তন ঘটাতে। যে পরিবর্তনটা এখন সময়ের দাবী।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৬১-৬২

দৈনন্দিন জীবনে গণিত

মোঃ আকতার-উজ-জামান
সহসভাপতি
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় গণিত অ্যালামনাই এসোসিয়েশন
সদস্য, আমেরিকান ম্যাথম্যাটিক্যাল সোসাইটি (যুক্তরাষ্ট্র)

গণিত সমার্থে Gauss-এর উক্তি দিয়েই শুরু করি : Mathematics is the science of space, number and quantity.

গণিত এমন একটি বিষয় যা স্থান, সংখ্যা, পদার্থবিদ্যা, রসায়নশাস্ত্র, জীববিদ্যা, অর্থনীতি, যুক্তিতর্ক, সমাজবিজ্ঞানসহ সকল জ্ঞানের সকল স্তরেই সত্য-অনুসন্ধানে অপরিহার্য। গণিতকে বাদ দিয়ে আমাদের জীবন অনেকটা নিষ্পত। মানুষের ক্রমবিকাশ, সভ্যতার উন্নয়ন, আধুনিক জীবনের কর্মতৎপরতা ইত্যাদি বিষয়গুলো গণিতের সাহায্যে বিচার-বিশ্লেষণ করে প্রয়োজনীয় তথ্যাদি আমাদের সামনে উপস্থাপন করা না গেলে এর প্রকৃত অবস্থা জানা সম্ভব নয়। মানুষ তাই ধারাবাহিকভাবে গণিতের সাথে সম্পৃক্ত। সঙ্গত কারণেই এর চর্চা সমাজে সর্বস্তরে বিস্তৃত। সূচনালগ্নে মানুষ গণিতের ব্যবহার শুরু করে। যে বিজ্ঞানকে আধুনিক সভ্যতার বাহন হিসেবে ধরা হয় তারই উৎস গণিত।

গণিতের ব্যবহার, চর্চা, প্রতিফলন ও প্রয়োগ জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রেই বিরাজমান। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় : পারিবারিক হিসাব-নিকাশ, বাড়িভাড়া, গাড়িভাড়া, ব্যাংক-বীমার হিসাব, পরীক্ষা-নিরীক্ষা, ঋণ পরিশোধ, বাজেট তৈরী চাকুরিজীবীদের বেতন-ভাতা প্রদান-গ্রহণ, নির্মাণ কাজ ইত্যাদিতে গণিতের ব্যবহার অনিবার্যভাবে সত্য। দৃষ্টিশক্তির পরীক্ষা-নিরীক্ষা, নাড়ি স্পন্দন, তাপমাত্রা মাপা প্রভৃতি জীবনভিত্তিক চিকিৎসাও গণিত নির্ভর। জন্ম-মৃত্যু হিসাবেও গণিতের ব্যবহার লক্ষণীয়। দিন গণনার হিসাব দৈনন্দিন বাজারের হিসাব ইত্যাদি গণিতের সাহায্য ছাড়া আমরা নিরুপায়। গবেষণা কর্মকান্ডে গণিতের ব্যবহার ও প্রয়োগ অপরিহার্য। আমরা জানি ব্যাবিলন, শির, গ্রীক, রোমান, আরব, চীন, ভারত প্রভৃতি সভ্যতার ক্রমবিকাশের সাথে সাথে গণিতেরও ক্রমবিকাশ ঘটে। জীবন-জীবিকার ও সভ্যতার তাগিদে মানুষ তার আপন শ্রেষ্ঠত্ব প্রকাশের জন্য বারবার ফিরে এসেছে গণিতের কাছে।

পৃথিবীর সব দেশেই গণিত শিক্ষার উপযোগিতা বিশেষভাবে লক্ষণীয়। পঠিত বিষয় হিসেবে পাঠ্যসূচিতে গণিতকে তাই অন্তর্ভুক্ত করা হয়। গণিত একটি বিস্তৃত ধারণার বিষয় বলে গণিতবিদগণ মনে করেন। তাদের মতে, গণিতের কোন আকৃতি নেই যা ধরা, ছোঁয়া ও দৃষ্টির বাইরে এবং যা কেবল মননশীলতা ও চিন্তার মধ্যে নিহিত। গণিতের ভাষা সহজ-সরল, বাহুল্য ও অলংকার বর্জিত এবং প্রতীকী।

গণিতের বৈশিষ্ট্যমণ্ডিত দিকটি মাথায় রেখে এর প্রতি গুরুত্ব আরোপ করতে হবে। গণিত ঐতিহ্য লালন ও বিকশিত করার লক্ষ্য বাংলাদেশ গণিত সমিতির আন্তরিক প্রয়াস ও উদ্যোগ উত্তরোত্তর বৃদ্ধি পাবে, আশা করি।

Everything that exists in this universe exists in
some measure and mathematics to measure
that, however small or big that may be.

এই বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের কেন্দ্রবিন্দুতে গণিতের অবস্থান সুদৃঢ় এবং বৃহৎ থেকে বৃহত্তম পর্যায়ের যে-কোন ক্ষেত্রে গণিতের অবস্থান ব্যতিরেকে কিছুই নির্ণয় করা সম্ভব নয়। আজ সর্বক্ষেত্রেই তা স্বীকৃত এবং এর ব্যবহার সম্পর্কে প্রশ্নের অবতারণা মূর্খতার শামিল।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৬৩-৬৬

০ (শূন্য)

কাজী মোঃ খায়রুল বাসার
সদস্য (সাবেক), পাঠ্যক্রম কমিটি, গণিত বিভাগ
যশোর বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, যশোর

মহাজাগতিক বিশ্বে যা কিছু সৃষ্টি, তার সব কিছুই ০ (শূন্য) এর মাধ্যমে উৎপত্তি। একটি শিশু যখন এই পৃথিবীতে আগমন করেন, তখন মহান আল্লাহ তায়ালার সৃষ্টির সকল মাখলুকাত, মহাজ্যোতির্ময় মহাকাশ, ভূ-পৃষ্ঠ সবাই শিশুটিকে সুস্বাগতম জানাতে কর্ম চঞ্চল হয়ে উঠে। এই ব্যস্ততার অনেকগুলো কারণের মধ্যে একটি কারণ হলো শিশুটি এই দুনিয়ায় ০ (শূন্য) হাতে আগমন করেছেন। মহান আল্লাহ তায়ালা শিশুটির মা বাবাকে দিয়েছেন অফুরন্ত আদর ভালোবাসার ভান্ডার। শিশুটি জন্মের পূর্বে মা-বাবার মাতৃত্বের আদর ভালোবাসার পরিমান ছিল ০ (শূন্য)। শিশুটির জন্ম সময় ০ (শূন্য) থেকেই গণনা শুরু হয় তার জন্মের তারিখ। কোন নির্দিষ্ট গবেষণার উদ্দেশ্য ও লক্ষ্যের উপর নির্ভর করে পরিবারের তথ্য সংগ্রহ করা হয়। গবেষক তথ্যের ডাটা বিশ্লেষণের সুবিধারর্থে যে সব শিশুদের বয়স < ৬ মাস তাদের ০ (শূন্য) বছর ধরেন বা যে সব শিশুদের বয়স < ১২ মাস তাদের ০ (শূন্য) বছর ধরা হয়। অথাৎ শিশুটি ০ (শূন্য) নিয়েই জীবনের জয়যাত্রা শুরু করেন।

হাজার হাজার বছর আগে সুমেরীয়রা প্রথম গণনার ব্যবহার শুরু করেন। তারা গণনা ব্যবস্থায় ০ (শূন্য) কে খালি জায়গা হিসাবে ব্যবহার করতেন। ব্যাবিলনীয় গণিতবিদগণ ছয় ভিত্তিক সংখ্যা ব্যবহার করতেন। ০ (শূন্য) সংখ্যার অভাব তারা ছয়ভিত্তিক সংখ্যার মাঝে একটি খালি ঘর রেখে পূরণ করতেন। এই খালি ঘরটিকেই তারা ০ (শূন্য) হিসেবে ব্যবহার করতেন। তার অনেক পরে তারা ০ (শূন্য) কে "হুক" দিয়ে প্রকাশ করেছেন। সুমেরীয় ও ব্যাবিলনীয় সভ্যতার মতোই মায়া সভ্যতার গণিতবিদগণও ক্যালেন্ডারে ০ (শূন্য) কে "খালি জায়গা" হিসেবে ব্যবহার করেন। প্রাচীন মিশরে দশ ভিত্তিক সংখ্যা ছিল যা চিত্রলিপিতে প্রতীক হিসেবে ব্যবহৃত হত। মিশরের বাদশা (ফেরাউন) ও সাধারন মানুষ আয়কর ও হিসাব রক্ষনের জন্য ০ (শূন্য) ব্যবহার করতেন। তাদের চিত্রলিপিতে একটি প্রতীক ছিল "নেফর" যার অর্থ "সুন্দর"। এই "নেফর" কে তারা ০ (শূন্য) হিসেবে ব্যবহার করতেন।

শূন্য এর উৎপত্তি হয়ে ছিল ভারতবর্ষে। আর্যভট্ট তার গাণিতিক ব্যবহারে শূন্যের ধারণা প্রয়োগ করেছেন। তবে তিনি শূন্যের কোন প্রতীক উল্লেখ করেননি। ৪০০ বা ৫০০ বছর পর প্রকৃত প্রতীক ০ (শূন্য) আরব গণিতবিদগণের কাছ থেকে আসে। এদের মধ্যে আল-খোয়ারিজমি অন্যতম। আরবের "সিফর" শব্দ থেকে "সাফাইর" বা

"সাফাইরা" এসেছে যার বাংলা অর্থ "স্থানে কিছুই ছিল না"। আরবি শব্দ "সাফাইর" বা "সাফাইরা" পরিবর্তিত হয়ে ০ (Zefiro) জেফিরো ইতালীয় শব্দে সংযোজিত হয়। এই ০ (Zefiro) জেফিরো শব্দটি পরিবর্তিত হয়ে, ০ (Zero) জিরো শব্দটি ভেনিস শব্দে স্থান করে নেয়। পরবর্তীতে ইউরোপে ০ (শূন্য) ইংরেজিতে (Zero) জিরো শব্দটি আন্তর্জাতিক ভাবে ব্যবহার শুরু হয়। এগারো শতকে স্পেনের মুসলমানদের মাধ্যমে ০ (শূন্য) আসে ইউরোপে। এমন একটা সময় ছিল, যখন ইউরোপের মেধাবী শিক্ষার্থীগণ আরব, মিশর, ইরাক, সিরিয়ায় উচ্চশিক্ষা লাভের জন্য যেত। সেই সময়ে ইতালীর তরুণ শিক্ষার্থী ফিবোনাচ্চি মুসলিম গণিতবিদের কাছে গণিত শিক্ষা লাভ করে নিজ দেশে ফিরে যান। এই গণিতবিদ ফিবোনাচ্চি ০ (শূন্য) কে ইউরোপে প্রচলন করেন। কিছু কাল পর বাধা হয়ে দাঁড়ায় আরবদের সাথে খ্রিষ্টানদের ক্রুসেড। তখন আরবদের রীতিনীতি ইউরোপ বয়কোট করছিল। ০ (শূন্য) আরবদের আবিষ্কার এটা ভেবে ইতালীর ফ্লোরেন্সে সব আরবি সংখ্যা নিষিদ্ধ হয়। ফলে আরবদের ০ (শূন্য) নিষিদ্ধ হয়। সেই সময় ০ (শূন্য) কে পড়তে হয় রাজনৈতিক রোষানলে। গাণিতিক ও বৈজ্ঞানিক বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে ০ (শূন্য) এর ব্যবহার দিন দিন বৃদ্ধি পায়। তাই পনর শতকে এসে ০ (শূন্য) স্বীকৃতি পেলো আন্তর্জাতিক বিশ্বে। (এ নিয়ে অনেক কাহিনী আছে আমার লেখা "শূন্য" পাণ্ডুলিপিতে)।

হাদিস শরীফে বণর্না করা হয়েছে যে আমাদের প্রিয় নবী হযরত মুহাম্মদ সাল্লাল্লাহু আলাইহি ওয়াসাল্লাম, মহান দয়াময় আল্লাহ তায়ালার কাছে মোনাজাতের সময় বলেছেন "হে আল্লাহ আমাকে সিফর হাতে ফিরিয়ে দিয়েন না। অর্থাৎ খালি হাতে বা শূন্য হাতে ফিরিয়ে দিয়েন না। প্রায় সাড়ে চৌদ্দশত বছর পূর্বে আল্লাহর রাসুলুল্লাহ সাল্লাল্লাহু আলাইহি ওয়াসাল্লাম "সিফর" শব্দটি ব্যবহার করেছেন। যা পরবর্তীতে আরবি শব্দ "সিফর"- "সাফাইর" - "সাফাইরা" পরিবর্তিত হয়ে ইতালী শব্দ ০ (Zefiro) জেফিরো-ভেনিস শব্দ ০ (Zero) জিরো-সবশেষে ইউরোপে ইংরেজিতে তথা সারাবিশ্বে ০ (Zero) জিরো শব্দটি ব্যবহৃত হচ্ছে।

০ (শূন্য) কে একটি অঙ্ক ও একটি স্বাভাবিক পূর্ণ সংখ্যা বলা হয়। সহজ কথায় ০ (শূন্য) কে একটি নিরপেক্ষ অঙ্ক/সংখ্যা বলা যায়। ০ (শূন্য) অঙ্কের দিক থেকে সংখ্যার অবস্থানের মানের ধারক হিসেবে চিহ্নিত করা যায়। ০ (শূন্য) পরিমাণের দিক থেকে সংখ্যার মানের গুণগত পরিবর্তন ঘটাতে সক্ষম।

এক সময় ০ (শূন্য) এর অবস্থান ছিল-

১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৮ ৯ ০

বতর্মান সময় ০ (শূন্য) এর অবস্থান-

০ ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৮ ৯

কম্পিউটারে বাইনারি অঙ্ক/সংখ্যা ০ ও ১ ব্যবহার করা হয়। বতর্মান সময়ে ব্যাংক গ্রাহক হিসাব নম্বরে ডিজিটাল কোড হিসেবে ০ (শূন্য) ব্যবহার হয়। মোবাইল কোম্পানীগুলো নিজস্ব কোডের পূর্বে গ্রাহক নম্বরে ডিজিটাল কোড হিসেবে ০ (শূন্য) ব্যবহার করে। বতর্মান সময়ে ডিজিটাল কোড ব্যবহার করতে হলে অবশ্যই ০ (শূন্য) এর সহযোগিতা প্রয়োজন হবেই হবে। সুনির্দিষ্ট যে কোন কিছু পরিমাপের বৈজ্ঞানিক উপায়ে সংরক্ষন করতে অবশ্যই ০ (শূন্য) এর সহযোগিতা প্রয়োজন হবে। এখানে একটি উদাহরণ দিলে বিষয়টি সহজ হবে।

রিফাত একটি প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয়ের চতুর্থ বর্ষের পুরকৌশল বিভাগের শিক্ষার্থী। রিফাতের নানা বাড়ি চলনবিল এলাকায় (কাজী বাড়ি)। সে নানা বাড়িতে বেড়াতে গিয়ে দেখে তার মামা ধান সংরক্ষণের জন্য একটি গোলা ঘর তৈরির কাজ করছে। পরদিন সকালে ছাদ ঢালাই হবে। রিফাতের মামা রিফাতকে বলল, ছাদ ঢালাইয়ে সিমেন্টের হিসাবটা রেখো যাতে সিমেন্ট, বালি, খয়া, পানির অনুপাত ঠিক থাকে। রিফাত তার পড়ালেখার সাথে সংশ্লিষ্ট বিষয় দেখে খুব আগ্রহের সহিত প্রয়োজনী তথ্য জেনে নিলো। তার মামা বলল, সিমেন্ট আছে ১১০ বস্তা, ছাদ ঢালাইয়ে সর্ব্বোচ ৯৫ বস্তা সিমেন্ট লাগবে, বাকী ১৫ বস্তা সিমেন্ট পরে কাজে লাগবে। রিফাত তার ল্যাপটপে সিমেন্ট বস্তার ডাটা সংগ্রহের কাজ শুরু করলো। সে ধরেই নিলো দুই ডিজিটের বেশী সংখ্যার সিমেন্টের বস্তার প্রয়োজন হবে না।

সে এইভাবে শুরু করলো-

০	১
০	২
০	৩
০	৪
০	৫

......

......

৯	৯

বাস্তব কাজে দেখা গেল ৯৫ বস্তা সিমেন্টে ছাদ ঢালাই হয়নি, আরো ৭ বস্তা সিমেন্টের প্রয়োজন হয়েছে। অর্থাৎ ১০২ বস্তা সিমেন্টে ছাদ ঢালাইয়ের কাজ শেষ হয়েছে। এখানে যদি তিন ডিজিট ব্যবহার করা হতো, তাহলে সিমেন্টের বস্তার কোডে পুণরায় কাজ করতে হতো না, সময় ও শ্রম নষ্ট হতো না।

১	০	০
১	০	১
১	০	২

এই ধরনের সমস্যা সমাধানের উপায় হলো-

সংখ্যাগুলো কোনভাবেই ৯ এর বেশি না হলে, অতিমাত্রায় সতর্কতার জন্য এক ডিজিট বাড়িয়ে দেওয়া, সে ঘরে ০ (শূন্য) বসবে।

০	৯

সংখ্যাগুলো কোনভাবেই ৯৯ এর বেশি না হলে, অতিমাত্রায় সতর্কতার জন্য এক ডিজিট বাড়িয়ে দেওয়া, সে ঘরে ০ (শূন্য) বসবে।

০	৯	৯

সংখ্যাগুলো কোনভাবেই ৯৯৯ এর বেশি না হলে, অতিমাত্রায় সতর্কতার জন্য এক ডিজিট বাড়িয়ে দেওয়া, সে ঘরে ০ (শূন্য) বসবে।

০	৯	৯	৯

এটা কাজের ধরন, সময় ও অবস্থানে প্রয়োজনীয় ডাটার মূল্যায়নের ব্যবহার, কার্যকারিতার গতি প্রকৃতি, সময় উপযোগী ব্যপ্তির উপর নির্ভর করবে।

এখানে ০ (শূন্য) দ্বারা সমস্যা সমাধান করা হয়েছে।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৬৭-৭০

গণিত : বিজ্ঞানের অক্সিজেন

রাজীব কর্মকার
প্রভাষক, প্রিমিয়ার ইউনিভার্সিটি, চট্টগ্রাম

বর্তমান সভ্যতা জ্ঞান/বিজ্ঞান প্রযুক্তি সবই গণিতের অবদান। গণিত ছাড়া কিছুই সম্ভব নয়। যেমন অক্সিজেন ছাড়া মানুষ বাঁচতে পারে না। তেমনি গণিত ছাড়াও সভ্যতা ও বিজ্ঞান উভয়ই মৃত। তাই এক কথায় গণিতকে বিজ্ঞানের অক্সিজেন বলা যেতেই পারে। গণিতকে ভালবাসা ছাড়া কোন উপায় নেই। এখানে অনেকে আপত্তি করে বলবেন, গণিত তো অনেক জটিল আর বেরসিক বিষয়। এটা সম্ভবত পৃথিবীর ইতিহাসের সবচেয়ে বড় অপবাদ। গণিতে জটিলতার অভাব নেই এটা সত্য। তবে ধাপে ধাপে বুঝতে চেষ্টা করলে ব্যাপারগুলো আসলেই সহজ হয়ে আসে। আর রসকিতা? সেটা গণিতের ধারের কাছেই কেউ নেই। তবে সেটা বুঝতে হলে তো গণিতের রাজ্যে ভ্রমণ করা চাই।

তবে আশার কথা হচ্ছে, অতীতে তরুণরা একচেটিয়াভাবে উপন্যাস, ছোটগল্প, কবিতার মত বিষয়াদি নিয়ে মেতে থাকলেও বর্তমান প্রজন্মের একটি বড় অংশ এখন ঝুঁকছে বিজ্ঞান, গণিত, এমনকি সায়েন্স ফিকশন ধরণের পড়াশোনায়। সমাজ ব্যবস্থার পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে মানুষের রুচিবোধ, চিন্তাচেতনাতে বড় ধরনের পরিবর্তন আসতে শুরু করেছে। নতুন ধ্যান-ধারণা, বিজ্ঞানের তথা গণিতের আভিধানিক ভাষা ও মননশীলতারই অংশ হিসেবে এখন তরুণরা গণিত মনস্ক হয়ে গড়ে উঠতে চায়। গণিত নিজেই একটি ভাষা। পৃথিবীর অন্যান্য ভাষার মতো এই ভাষাটিও শিখতে হবে যদি আমরা বাস্তব জীবনে এর প্রয়োগ করতে চাই। দুঃখজনক হলেও সত্য যে ছোটবেলা থেকে আমাদের সেইভাবে গণিত শেখানো হয় না। অথচ ছাত্রছাত্রীদের প্রাণপণ চেষ্টা থাকে গণিত শিক্ষার জন্য।

সভ্যতার ইতিহাসে গণিতের অবস্থান অনেক প্রাচীন। মানুষ সৃষ্টির শুরু থেকে নানা কাজে এটিকে ব্যবহার করলেও সাবজেক্ট হিসেবে গণিতের জন্ম হয়েছে খ্রিষ্টপূর্ব ষষ্ঠ শতাব্দীর শুরুর দিকে, অর্থাৎ পিথাগোরিয়ানদের সময়ে। Mathematics (গণিত) শব্দের উৎপত্তি গ্রিক শব্দ Mathema থেকে যার অর্থ Subject of Instruction। আমরা সবাই জানি যুগ যুগ ধরে গণিত মানুষকে বিভিন্ন জটিল সমস্যার সমাধান দিয়ে আসছে। মানুষের জীবনে এর ব্যবহার ও প্রয়োগ দিন দিন অপরিহার্য হয়ে পড়ছে। সুদূর গ্রিক থেকে এক বিদ্যানুরাগী মিশরে গেলেন অধ্যাপনা করতে। প্রাচীন গ্রিসের মানুষ তখনও গণনা করতে শেখেনি। ইউরোপ তখন আরব বিশ্বের চেয়ে হাজার বছর

পিছিয়ে। বিদ্যানুরাগী সেই ব্যক্তিটি মিসরীয়দের গণিত জ্ঞান দেখে অভিভূত হন। গণিতকে তিনি মনে-প্রাণে ভালোবাসতে থাকেন এবং নিজ দেশ গ্রিসে ফিরেই গণিত শিক্ষার একটি স্কুল প্রতিষ্ঠা করেন। এই ব্যক্তিটি আর কেউ নয়, তিনি সবার পরিচিত পিথাগোরাস। পিথাগোরাসের উপপাদ্য আমরা সবাই কমবেশি পড়েছি। জোড় ও বিজোড় সংখ্যার ধারণা পিথাগোরাসই সর্বপ্রথম বের করেন। পিথাগোরাসের মৃত্যুর ২০০ বছর পর গ্রিসে জন্ম হয় আর্কিমিডিসের। তাকে প্রাচীন যুগের সেরা গণিতজ্ঞ ও দার্শনিক হিসেবে বিবেচনা করা হয়। সংখ্যা নিয়ে তাঁর এত প্রখর জ্ঞান ছিল যে, তিনিই প্রথম প্রমাণ করেন একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল তার ব্যাসার্ধের বর্গ ও পাইয়ের (π) গুণফলের সমান। এ ছাড়া আধুনিক ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাসে ব্যবহৃত অতিক্ষুদ্র সংখ্যার ধারণা ও অতি বৃহৎ কোনো সংখ্যাকে ছোট আকারে প্রকাশ করার পদ্ধতিও তিনি বের করেন। গ্রিকদের উদ্ভাবিত গাণিতিক পন্থাকে রোমানরা পুরোদমে ব্যবহার করে গাণিতিক সফলতাকে আরও একধাপ এগিয়ে নিয়ে যায়। রোমানদের ব্যবহৃত রোমান সংখ্যার প্রচলন আজও আছে। i, ii, iii, iv, v, vi এগুলো সবই রোমান সংখ্যা। গণিত আবিষ্কারের বয়স অনেক হয়ে গেলেও মানুষ তখন পর্যন্ত একটি সংখ্যার ব্যবহার জানত না, সেটি হলো শূন্য। শূন্যকে সংখ্যা হিসেবে প্রথম ব্যবহার করেন প্রাচীন ভারতীয় গণিতবিদেরা। শূন্য আবিষ্কারের কথা বলতে গেলে ভারতীয় গণিতবিদ আর্যভট্টের কথা চলে আসে। আনুমানিক ৭৭৩ খ্রিস্টাব্দে একজন ভারতীয় বার্তাবাহকের ইরাকে আগমনের মধ্য দিয়ে আরবের মানুষ শূন্যের সঙ্গে পরিচিতি লাভ করে। রাজধানী বাগদাদ ছিল সে সময় মনীষীদের জ্ঞানচর্চার প্রধান কেন্দ্র। দূর-দূরান্ত থেকে প্রচুর বণিক ও বিজ্ঞানী বাগদাদে পাড়ি জমান। তাদের মধ্যে একজন ছিলেন আল খোয়ারিজমি। আল খোয়ারিজমিকে আধুনিক বীজগণিতের জনক বলা হয়। তিনি সর্বপ্রথম গুণ ও ভাগ করার জন্য সহজ প্রক্রিয়া উদ্ভাবন করেন, যেটাকে আমরা অ্যালগরিদম বলি। আর সেই অ্যালগরিদম ব্যবহার করে আজকের কম্পিউটার তার যাবতীয় জটিল গাণিতিক সমস্যার সমাধান করে। বলা যায় যে, বর্তমান পৃথিবী মূলত পরিচালিত হচ্ছে অ্যালগরিদমিক ফর্মুলাকে কাজে লাগিয়ে। গণিতের উৎপত্তি হয়েছে মানুষের ব্যবহারিক জীবনের নানা জটিল সমস্যা সমাধানের জন্য। সচরাচর মানুষ যেসব সমস্যার সমাধান করতে অক্ষম, সেসব সমস্যা গণিতের সহায়তায় খুব সহজেই সমাধান করতে পারে। সেকারণেই গণিতকে Mother of Science অর্থাৎ বিজ্ঞানের জননী বলা হয়। আমাদের শিক্ষার অন্যান্য শাখা-প্রশাখা এবং বাস্তব সমস্যা সমাধানে গণিতের গুরুত্ব ও প্রয়োজনীয়তা অপরিহার্য। এক সময় আমরা শুনতাম মানবিক, বাণিজ্য বিভাগসহ চিকিৎসা, জীব কিংবা কৃষি বিজ্ঞানে গণিতের ব্যবহার নগণ্য; কিন্তু ইদানীং দেখা যাচ্ছে শিক্ষার এসব বিভাগেও গণিত অপরিহার্য হয়ে পড়ছে। এর অন্যতম কারণ হচ্ছে এসব সেক্টরে বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির ব্যবহার দিন দিন বেড়েই চলছে।

এখন আসা যাক আমাদের দেশের প্রসঙ্গে। গণিত এমন একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হওয়া সত্ত্বেও এর গুরুত্ব আমাদের দেশের ছাত্রছাত্রীদের কাছে এখনো অনেক কম। তাদের কাছে এই বিষয়টি হচ্ছে একটি কঠিন ও দুর্বোধ্য বিষয়। যেখানে গণিত প্রয়োগ করে বাস্তব সমস্যার সমাধান করার কথা, উল্টো মনে হচ্ছে গণিত নিজেই একটা বাস্তব সমস্যা। বেশির ভাগ ছাত্রছাত্রী এ কথা বিশ্বাস করে না যে এটা একটা সহজ ও আনন্দের বিষয়। গণিত একটি আনন্দের বিষয়– এ কথা অনেকের কাছে হাস্যকর মনে হবে। এর জন্য আমাদের ছাত্রছাত্রীদের দায়ী করে লাভ নেই। এর জন্য দায়ী আমাদের গতানুগতিক শিক্ষাব্যবস্থা এবং এখানে আমাদেরও কিছুটা অবহেলা রয়েছে। গতানুগতিক পদ্ধতিতে ছাত্রছাত্রীরা গণিতে ভালো নম্বর পেলেও দেখা যায় উচ্চশিক্ষায় কিংবা বাস্তব ক্ষেত্রে গণিতের প্রয়োগের দিক থেকে তারা দুর্বল থেকে যাচ্ছে। বিশেষ কিছু গাণিতিক সমস্যার সমাধান করার কৌশল না শিখিয়ে ছাত্রছাত্রীদের কিভাবে একটা নির্দিষ্ট বিষয় অনুধাবন করতে পারে এবং তা দিয়ে নিজেরাই সমস্যার সমাধান করতে পারে সেভাবে গণিত শেখানো উচিত। তাহলে আমাদের দেশের ছাত্রছাত্রীরা গণিতে ভয় না পেয়ে শিখতে আগ্রহী হবে। আমাদের দেশের উন্নয়নের একমাত্র পথ হচ্ছে বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির উন্নতি। তথ্য, যোগাযোগ, কৃষি ও চিকিৎসাসহ সব ক্ষেত্রে আমাদের প্রযুক্তির ব্যবহার এবং প্রয়োগ বৃদ্ধি করতে হবে। আমাদের বর্তমান সরকারের লক্ষ্যও তাই। এই লক্ষ্যে পৌঁছার জন্য এবং দেশকে প্রযুক্তিতে স্বয়ংসম্পূর্ণ করতে হলে আমাদের তরুণ সমাজকে গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ানোর পদক্ষেপ গ্রহণ করতে হবে। ওদেরকে এমনভাবে গড়ে তুলতে হবে যেন ওরা প্রযুক্তির ভাষা গণিতের মাধ্যমে সঠিকভাবে উপলব্ধি করতে পারে। তাহলেই হয়তোবা আমাদের এই সোনার বাংলা গণিত শিক্ষায় হয়ে উঠবে আরো প্রাণবন্ত। আমাদের বিজ্ঞান মনস্ক শিশু-কিশোররাও একদিন খেলা করবে এই গণিত নিয়ে। আর নতুন নতুন ধারণা ও জ্ঞান প্রসারে আমাদের বিজ্ঞানকেও সমৃদ্ধ করবে “গণিত” নামের এই অক্সিজেন।

গণিত পরিক্রমা ২৯শ খণ্ড ২০২১ পৃ. ৭১-৭৬

অধ্যাপক ড. মো. আনোয়ার হোসেন : কর্মময় জীবন ও কিছু প্রাসঙ্গিক কথা

অমূল্য চন্দ্র মন্ডল
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

ড. মো. আনোয়ার হোসেনের জন্ম ১৯৪৩ সালের ২৫ এপ্রিল, চাঁদপুরের কচুয়ায় নানার বাড়ী দোঘর গ্রামে। তাঁর পিতা মো. দেলোয়ার হোসেন ও মাতা নুরুন্নাহার চৌধুরী। পিতামহের নাম বহরত আলী খান এবং প্রপিতামহের নাম ওমর খান যিনি সে সময়ের একজন জমিদার ছিলেন। মাত্র তিন মাস বয়সে গ্রামে ছড়িয়ে পড়া কলেরা রোগে তাঁর মাতা মৃত্যুবরণ করেন। মায়ের মৃত্যুর পর তিনি সাত বছর বয়স পর্যন্ত নানীর কাছে বড় হন। তাঁর ডাকনাম ছিল নয়ন। সাত বছর বয়সে তাঁর দাদি তাঁকে চাঁদপুরের মইশাদিতে নিজ পিত্রালয়ে নিয়ে যান। এরপর কিছুদিন তিনি দাদা-দাদির সাথে মইশাদিতে ছিলেন। পরে তিনি রেলওয়ে ইঞ্জিনিয়ার বাবার কাছে লাকসামে চলে যান। সেখানে তাঁর স্কুল জীবন শুরু হয় এবং লাকসাম এ. মালেক ইন্‌ষ্টিটিউশন থেকে ১৯৬০ সালে ম্যাট্রিকুলেশন পাস করে চট্টগ্রামে মেঝ চাচার কাছে চলে যান। সেখানে কিছুদিন থাকার পর তিনি ঢাকায় চলে আসেন। ঢাকায় ছোট চাচার কাছে কিছু কাল অতিবাহিত করে বড় চাচার কাছে বরিশাল চলে যান এবং বিএম কলেজে আইএ-তে ভর্তি হন। বড় চাচার বদলির সূত্রে আবার তিনি ঢাকায় চলে আসেন। তৎকালীন জগন্নাথ কলেজ থেকে ১৯৬৪ সালে তিনি এইচএসসি এবং ১৯৬৬ সালে বিএসসি পাস করেন।

তারপর অধ্যাপক হোসেন কিছু দিন স্কুলে শিক্ষকতা করেন। পরে ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ১৯৬৯ সালে ফলিত গণিতে এবং ১৯৭১ সালে বিশুদ্ধ গণিতে স্নাতকোত্তর ডিগ্রি অর্জন করেন।

জ্ঞানার্জনের প্রতি ছিল তাঁর অদম্য আগ্রহ। সেজন্য তিনি ১৯৭৩ সালে বোস সেন্টারের রিসার্চ ফেলো হিসাবে ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে অধ্যাপক এস.এম.এ. হক এর তত্ত্বাবধানে পিএইচডি-তে ভর্তি হন। ১৯৭৮ সালে ফলিত গণিতের বিষয় “Infinite horizontal rolls under the effect of vertical and horizontal temperature gradients” শিরোনামে পিএইচডি ডিগ্রি অর্জন করেন।

মা ও বাবা উভয়ের দিক থেকে সম্ভ্রান্ত পরিবারের সন্তান হওয়া সত্ত্বেও খুব অল্প বয়সে মায়ের মৃত্যুর কারণে তাঁর বাল্যকাল ছিল অত্যন্ত বন্ধুর ও সংগ্রামপূর্ণ। কলেজ ও বিশ্ববিদ্যালয়ে পড়ার খরচ বহন করার জন্য তাঁকে খণ্ডকালীন চাকুরীও করতে হয়েছে।

১৯৭২ সালে আমি ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে বিএসসি অনার্সে ভর্তি হই। তখন আমি অধ্যাপক হোসেনকে গবেষণা করতে দেখেছি। কখনও সামান্য কথাবার্তা হয়েছে। তিনি গানও গাইতে পারতেন। বিভাগে কোন অনুষ্ঠান হলে তিনি শিক্ষার্থীদের সাথে অগ্রণী ভূমিকায় অবতীর্ণ হতেন এবং অত্যন্ত সফলভাবে অনুষ্ঠান সম্পন্ন করতেন। ফলে অনার্স ও মাস্টার্সে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের সাথে তাঁর বন্ধুত্বপূর্ণ সম্পর্ক ছিল।

ড. মো. আনোয়ার হোসেন, মো. আব্দুল মতিন, আব্দুল্লা আল কাফী মজুমদার ও আমি – এই ৪ জন ১৯৭৮ সালের ১ ডিসেম্বর ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে প্রভাষক পদে যোগদান করি। প্রভাষক হিসাবে যোগদানের পর আমি ও ড. আনোয়ার হোসেন একই কক্ষে বসার স্থান পাই। গণিত বিভাগ হতে তাঁর অবসর গ্রহণ করা পর্যন্ত তিনি ও আমি একই কক্ষে প্রায় ৩০ বছর বসেছি। বিভিন্ন কারণে গণিত বিভাগে ড. হোসেন ছিলেন আমার সবচেয়ে অন্তরঙ্গ বন্ধু। আমরা একত্রে গবেষণা করতাম; লেখাপড়া ও গবেষণা ব্যতীত আরও অনেক বিষয়ের উপর ফলপ্রসু আলোচনা করতাম। গবেষণার প্রয়োজনে প্রায়ই সন্ধ্যায় তাঁর বাসায় যেতাম এবং মাঝে মাঝে রাতের আহারও সম্পন্ন করে আসতাম। গবেষণার প্রতি তিনি এতই নিবেদিতপ্রাণ ছিলেন যে কখনই এ কাজে ক্লান্তি অনুভব করতেন না। বরং আনন্দ পেতেন। তিনি বলতেন মানুষ অমর নয়। যতদিন বেঁচে থাকি কাজ করে যাব এবং অনেক অনুসারী (Disciple) তৈরী করে যেতে হবে যাতে কালক্রমে 'A School of Thought' সৃষ্টি হয়। আমি মনে করি তিনি তা করতে পেরেছেন। অনেক সৃজনশীল কাজে আমিও ছিলাম তাঁর নিত্যসঙ্গী।

ড. হোসেন ১৯৮৩ সালে সহকারী অধ্যাপক, ১৯৮৯ সালে সহযোগী অধ্যাপক এবং সর্বশেষে ১৯৯৩ সালে অধ্যাপক হিসেবে পদোন্নতি পান।

তিনি বিদেশেও কৃতিত্বের সাথে অধ্যাপনা করেছেন। ১৯৮৬ সালের শেষের দিকে তিনি লিবিয়ার আল ফাতেহ্ বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে ৩ বছরের জন্য যোগদান করেন। ঐ সময়েও শিক্ষকতার পাশাপাশি তিনি পূর্ণ উৎসাহে গবেষণা করেছেন এবং উল্লেখযোগ্য অবদান রেখেছেন।

১৯৭২ সালে গণিত সমিতি প্রতিষ্ঠিত হওয়ার পর থেকে এ পর্যন্ত ২১ বার আন্তর্জাতিক গণিত সম্মেলন অনুষ্ঠিত হয়েছে যা এখন নিয়মিত দ্বিবার্ষিক সম্মেলন হিসেবে অনুষ্ঠিত হয়। প্রায় সবগুলো সফল সম্মেলনের শুরু হতে শেষ পর্যন্ত অধ্যাপক হোসেন অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করেছেন।

২০০০ সাল হতে শুরু করে দুই বছর অন্তর শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে 'ইন্টারন্যশনাল কনফারেন্স অন অ্যাপলাইড ম্যাথমেটিক্স এন্ড ম্যাথমেটিক্যাল ফিজিক্স' শিরোনামে চারটি অন্তর্জাতিক গণিত সম্মেলনের আয়োজন করা হয়েছে। সম্মেলনগুলো পরিচালনায় সর্বাত্মক সহযোগিতা করেন চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত ও ভৌতবিজ্ঞান গবেষণা কেন্দ্রের অধ্যাপক জামাল নজরুল ইসলাম ও ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগের অধ্যাপক ড. মো. আনোয়ার হোসেন। 'ইন্টারন্যাশনাল ম্যাথমেটিক্যাল ইউনিয়ন' ও 'দি আবদুস সালাম ইন্টারন্যাশনাল সেন্টার ফর থিওরেটিক্যাল ফিজিক্স'-এর আর্থিক সহযোগিতায় অনুষ্ঠিত এসব সম্মেলনে উপস্থিত ছিলেন ইউরোপ, আমেরিকা, আফ্রিকা ও এশিয়ার বিভিন্ন দেশের খ্যাতিমান অধ্যাপকগণ।

গবেষণায় সময় দিতে পারবেন না বিধায় ২০০৭ সালে তিনি গণিত বিভাগে মাত্র এক মাসের জন্য চেয়ারম্যানের দায়িত্ব পালন করেন। অধ্যাপক হোসেন COMSATS IIT Islamabad, Pakistan এ ২০০৫-২০০৭ সাল পর্যন্ত Visiting Professor এবং ২০০৭-২০০৯ সাল পর্যন্ত Foreign Professor হিসেবে গবেষণা ও অধ্যাপনা করেন।

ফিজিক্যাল সাইন্সে অসামান্য অবদানের জন্য ২০১৫ থেকে ২০১৭ সাল পর্যন্ত বাংলাদেশ বিশ্ববিদ্যালয় মঞ্জুরি কমিশনের নিয়োগে ইউজিসি অধ্যাপক হিসেবে তিনি ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে কর্মরত ছিলেন। তিনি বাংলাদেশ একাডেমি অব সায়েন্সের ফেলো ও International Centre for Theoretical Physics, Italy-র Associate Member ছিলেন। দেশীয় ও আন্তর্জাতিক জার্নালে তাঁর ২০০ টির বেশি প্রবন্ধ প্রকাশিত হয়েছে। সম্প্রতি যুক্তরাষ্ট্র ও নেদারল্যান্ডের কয়েকজন গবেষকের দ্বারা পরিচালিত এক গবেষণায় মেকানিক্যাল ইঞ্জিনিয়ারিং এর মত কঠিন বিষয়ের বিশ্বসেরা ২% গবেষকদের তালিকায় তিনি স্থান করে নিয়েছেন।

অধ্যাপক হোসেন মনে করতেন, গবেষণার কাজে উৎসাহিত হওয়ার জন্য এবং উৎসাহ দেয়ার জন্য একটি জার্নাল প্রকাশ করা দরকার। সেজন্য বাংলাদেশ গণিত সমিতির জার্নাল 'GANIT' এর প্রতিষ্ঠাকালের পরেই বেশ কিছুসংখ্যক ভলিউম তিনি প্রচুর সময় দিয়ে প্রায় একক দায়িত্বে সম্পাদনা ও প্রকাশ করেছেন। এই কাজে কিছুটা সহযোগিতা আমিও করেছি। জার্নাল ছাপানোর জন্য তাঁর সাথে আমি UNESCO এর অনুদানের কাগজ রিক্সায় বহন করে ওয়ারীতে মন্নু আর্ট প্রেসে পৌঁছে দিয়েছি।

তিনি গণিত সমিতির সভাপতিও (২০১২-২০১৩) ছিলেন। গণিত সমিতির সুষ্ঠু পরিচালনায় এবং ফলপ্রসু কর্মসূচী গ্রহণে সর্বদাই তিনি সক্রিয় ভূমিকা পালন করতেন এবং উপদেশ দিয়ে থাকতেন।

গণিত সমিতির একটি অত্যন্ত প্রশংসনীয় ও ফলপ্রসু অনুষ্ঠান হচ্ছে 'জাতীয় স্নাতক গণিত অলিম্পিয়াড' যা শিক্ষার্থীদেরকে গণিত শিক্ষায় আগ্রহী করতে ভূমিকা রাখছে। ফলে গণিতের প্রতি শিক্ষার্থীদের ভীতি দূরীভূত হচ্ছে; গণিতের প্রচার ও প্রসার হচ্ছে। সমিতির ব্যবস্থাপনায় ২০০৯ সালে উক্ত অলিম্পিয়াড বাংলাদেশ প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে শুরু হয়। পরবর্তী ৩ বছর বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয় ও সংস্থার অর্থায়নে এই অলিম্পিয়াড অনুষ্ঠিত হয়েছে। ২০১৩ সাল হতে গণিত সমিতির অনুমোদনে এই অলিম্পিয়াড কমিটির কনভেনার, কো-কনভেনার, সদস্য সচিব ও কোষাধ্যক্ষ নিযুক্ত হন যথাক্রমে অধ্যাপক মুনিবুর রহমান চৌধুরী, অধ্যাপক আনোয়ার হোসেন, অধ্যাপক মনিরুল আলম সরকার ও অধ্যাপক অমূল্য চন্দ্র মন্ডল অর্থাৎ আমি। কমিটির প্রস্তাবে সাড়া দিয়ে এএফ মুজিবুর রহমান ফাউন্ডেশন ২০১৩ সাল হতে অব্যাহতভাবে অলিম্পিয়াডের অর্থায়ন করে যাচ্ছে। এ ব্যাপারে ফাউন্ডেশনের সাথে আলোচনায় মুখ্য ভূমিকা পালন করেন অধ্যাপক আনোয়ার হোসেন। এরপর হতে প্রতি বছর অধ্যাপক মনিরুল আলম সরকারের তত্ত্বাবধানে অলিম্পিয়াড অনুষ্ঠিত হচ্ছে যেখানে অধ্যাপক হোসেনের পরামর্শ ও সহযোগিতা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। তবে এ সকল ক্ষেত্রে অধ্যাপক চৌধুরীর ভূমিকাও উল্লেখযোগ্য।

অধ্যাপক ড. মো. আনোয়ার হোসেন গণিত বিভাগের ছাত্র-ছাত্রীদের গবেষণায় উদ্বুদ্ধ করার জন্যে থিসিস গ্রুপ সৃষ্টির ব্যাপারে অগ্রণী ভূমিকা পালন করেন। তাঁর আগ্রহে ও প্রচেষ্টায় গণিত বিভাগে এমএসসি-তে নিয়মিত ভাবে থিসিস গ্রুপ চালু হয় ১৯৮১ সাল হতে। তাঁর অধীনে স্নাতকোত্তর পর্যায়ে থিসিস করেছেন এমন অসংখ্য ছাত্র-ছাত্রী দেশ-বিদেশে শিক্ষায় ও গবেষণায় গুরুত্বপূর্ণ অবদান রেখে চলেছেন - যাদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য হলঃ ড. রওশন আরা বেগম, অধ্যাপক, University of Durban, South Africa; অধ্যাপক মো. জুলফিকার হাফিজ, IIT, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়; ড. বিদ্যুৎ বরণ সাহা, অধ্যাপক, Kyushu University, Japan; ড. সুশান্ত কুমার দাশ, অধ্যাপক, Kettering University, USA; ড. সরদার ফিরোজ আহমেদ, অধ্যাপক, Khulna University; ড. তাহমিনা আখতার, অধ্যাপক, Yorkville University, Canada; ড. আখতার হোসেন, সহকারী অধ্যাপক, East West University; ড. মানস চন্দ্র পাল, অধ্যাপক, University of Glasgow, UK; ড. শ্রীবাস চন্দ্র পাল, অধ্যাপক, Ahsanullah University of Science and Technology; ড. সুভাষ চন্দ্র সাহা, সিনিয়র লেকচারার, University of Technology, Australia; ড. মো. আব্দুল আলীম ও ড. জাফর ইকবাল খান, অধ্যাপক, Bangladesh University of Engineering and Technology (BUET); ড. মো. মামুন মোল্লা, অধ্যাপক, North South University; ড. সিদ্ধার্থ ভৌমিক, সহযোগী অধ্যাপক, জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়; ড. লিটন কুমার সাহা, সহযোগী অধ্যাপক ও সহকারী প্রক্টর-বিজ্ঞান অনুষদ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়; ড. মো. কামরুজ্জামান, সহযোগী অধ্যাপক, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় এবং ড. নেপাল চন্দ্র রায়, সহযোগী অধ্যাপক, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।

এছাড়াও অধ্যাপক হোসেনের অধীনে পিএইচডি ডিগ্রী সম্পন্ন করেছেন- ড. মো. মোস্তফা কামাল চৌধুরী, অধ্যাপক, Bangladesh University of Engineering and Technology (BUET) এবং ড. শারমিন হোসেন, সহযোগী অধ্যাপক, BRAC University.

অধ্যাপক ড. মো. আনোয়ার হোসেন জীবনের বিভিন্ন সময় বিশ্বের নামকরা ১১টিরও বেশি বিশ্ববিদ্যালয়ে ভিজিটিং প্রফেসর হিসেবে শিক্ষকতা ও গবেষণা করে তাঁর মেধার পরিচয় দিয়েছেন। এসব বিশ্ববিদ্যালয়ের মধ্যে উল্লেখযোগ্য হলোঃ Visiting Scientist, Department of Atmospheric Physics, University of Oxford; Visiting Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Bath, U.K.; Visiting Professor, Department of Mathematics, University of Manchester, U.K. এবং আরো রয়েছে জার্মানি, কানাডাসহ কয়েকটি দেশের বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়। তিনি ছিলেন ১৭টি ইন্টারন্যাশনাল জার্নালের রিভিউয়ার, যার মধ্যে Elsevier, Springer এর মত বিখ্যাত প্রকাশকের জার্নালও রয়েছে।

এমন আরো অনেক অবদান রয়েছে তাঁর। অধ্যাপক হোসেনের ছাত্র-ছাত্রীরা আজ সারা বিশ্বের বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ে কর্মরত আছেন। শিক্ষক ও অনুপ্রেরণাকারী হিসেবে তাঁর নামের পাশাপাশি বিশ্ব মানচিত্রে উজ্জ্বল হয়ে রয়েছে বাংলাদেশের নাম।

তিনি বাঙ্গালী সংস্কৃতিকে মনেপ্রাণে ধারণ করতেন। গণিত বিভাগে যোগদান করার পরেই কয়েক বছর তাঁর উদ্যোগে বিভাগে অনাড়ম্বর ভাবে ১লা বৈশাখ উদ্‌যাপিত হয়েছে।

অধ্যাপক হোসেন অসুস্থ হয়ে ১৫ এপ্রিল ২০২১ স্কয়ার হাসপাতলে ভর্তি হন। কিছুদিন চিকিৎসার পর হাসপাতাল পরিবর্তন করে তিনি বঙ্গবন্ধু শেখ মুজিব মেডিকেল বিশ্ববিদ্যালয় (BSMMU) হাসপাতালে ভর্তি হন যেখানে শুভানুধ্যায়ীরা সহজে যাতায়াত করতে পারতেন। এই হাসপাতালের চিকিৎসকরা ও নার্সরা অত্যন্ত আন্তরিকতার সাথে তাকে সেবা দিতেন। রমজান মাসের শেষের দিকে কিছুটা সুস্থ বোধ করায় ডাক্তারদের পরামর্শে তিনি ৪ মে ২০২১ হাসপাতাল ত্যাগ করে বাসায় ফিরে যান। চিকিৎসার বাকী অংশ বাসাতেই চলছিল। কিন্তু একরাতে বাথরুমে পড়ে তাঁর পা ভেঙ্গে যায়। এরপর বাসায় রেখে সম্ভব সব রকম চিকিৎসা তাঁকে দেওয়া হয়। বাসায় থাকা অবস্থায় তাঁর সার্বক্ষণিক খোঁজখবর রাখতেন তাঁরই ছাত্রী ড. শারমিন হোসেনের স্বামী ডাঃ শফিকুর রহমান।

স্কয়ার ও BSMMU হাসপাতালে দিনের বেলায় প্রায় সব সময়ই কাছে থাকত আমাদেরই একজন প্রিয় ছাত্র তিতাস পাবলিকেশন্স এর সত্ত্বাধিকারী ড. মোশারফ হোসেন। এছাড়া অধ্যাপক শহীদুল ইসলাম ও ড. কামরুজ্জামান যথাসাধ্য সহযোগিতা করেছেন।

বিভিন্ন পর্যায়ে আরো যারা সহযোগিতা করেছেন বা খোঁজখবর রেখেছেন তারা হলেন অধ্যাপক মো. আব্দুল আলীম, অধ্যাপক মো. আব্দুল হাকিম খান, অধ্যাপক চন্দ্রনাথ পোদ্দার, অধ্যাপক মো. মামুন মোল্লা, ড. সিদ্ধার্থ ভৌমিক, ড. লিটন কুমার সাহা, ড. নেপাল চন্দ্র রায়, মো. খায়রুল বাশার। তাছাড়া আরও অনেক শুভাকাংখী তাঁকে দেখতে গিয়েছেন বা খোঁজ নিয়েছেন।

বিদেশে অবস্থানরত ছাত্র-ছাত্রীরা টেলিফোনে প্রায়ই তাঁর খবর নিত। তাদের মধ্যে অধ্যাপক বিদুৎ কুমার সাহা ও অধ্যাপক সুশান্ত কুমার দাশের নাম বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য।

এত চেষ্টা সত্ত্বেও এই গুণী ব্যক্তিকে বেশি দিন বাঁচিয়ে রাখা সম্ভব হয়নি। ২৭ মে ২০২১ ঢাকায় নিজ বাস ভবনে তিনি ৭৮ বছর বয়সে শেষ নিঃশ্বাস ত্যাগ করেন। তাঁর মৃত্যুতে গণিত জগত একজন অকৃত্রিম বন্ধু হারালো।

অধ্যাপক ড. মো. আনোয়ার হোসেন সংস্কারমুক্ত, উদার, সংস্কৃতিমনা, বন্ধুবৎসল, সদালাপী, পরোপকারী এবং সর্বোপরি একজন আলোকিত মানুষ ছিলেন। তিনি ছাত্র-ছাত্রীদেরকে গবেষণা করতে উৎসাহিত করতেন এবং নিজের আগ্রহে তাদেরকে প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে সহযোগিতা করতেন। গণিতের প্রচার ও প্রসারের জন্য তিনি আমৃত্যু কাজ করেছেন। জাতি-ধর্ম-বর্ণ নির্বিশেষে মানুষের প্রতি তাঁর ভালোবাসা ছিল অনাবিল। অল্প সময়ের আলাপে তিনি সকলের বন্ধু হয়ে যেতেন এবং যেকোনও ব্যক্তিকে ভাল কাজে উদ্বুদ্ধ করতে সক্ষম হতেন। নিঃশর্তভাবে তিনি মানুষের উপকার করতেন এবং সদুপদেশ দিতেন। তাঁর সততা, কতব্যনিষ্ঠা, আদর্শ এবং সাম্যবাদী ও অসাম্প্রদায়িক চেতনা মানুষকে সত্য ও ন্যায়ের পথে চলতে সর্বদা অনুপ্রাণিত করবে। তিনি বেঁচে থাকবেন তাঁর কর্মে ও সৃষ্টিতে।

আমরা তাঁর আত্মার মাগফেরাত কামনা করি।

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

সম্মাননাপ্রাপ্ত গণিতবিদ : ফিরে দেখা

বাংলাদেশ গণিত সমিতির সভাপতি হিসেবে প্রফেসর এম শামসুর রহমানের কার্যকালে (২০০৮, ২০০৯), প্রথমবারের মতো, সমিতি উনিশজন বর্ষীয়ান গণিতবিদকে ২০০৮-সম্মাননা প্রদান করে। এ মনোজ্ঞ কার্যক্রম পালিত হয় ২২ ফেব্রুয়ারি ২০০৯ তারিখ ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ছাত্র-শিক্ষক কেন্দ্রে। এতে প্রধান অতিথি ছিলেন মাননীয় উপাচার্য প্রফেসর আ আ ম স আরেফিন সিদ্দিক। পরে আরও একজন (মোট বিশজন) জীবন্ত শহীদ খ্যাত অশীতিপর অকৃতদার বৃদ্ধ রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের সহকারি অধ্যাপক (১৯৬৭-১৯৭৩) মো. মজিবর রহমান দেবদাসকে সম্মাননা দেয়া হয়েছে ১২ জুন ২০০৯ তারিখে। মুক্তিযুদ্ধ জাদুঘর মিলনায়তনে (সেগুন বাগিচা, ঢাকা) এ অনুষ্ঠান সম্পন্ন হয়। প্রধান অতিথি ছিলেন গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকারের মাননীয় বিজ্ঞান এবং তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি প্রতিমন্ত্রী স্থপতি ইয়াফেস ওসমান। সকল অনুষ্ঠান পরিচালনা করেন সমিতির সম্পাদক ড. অমূল্য চন্দ্র মন্ডল।

সেই থেকে এক যুগেরও বেশি সময় অতিক্রান্ত হলো। সম্মাননাপ্রাপ্ত গণিতবিদদের বর্তমান অবস্থান কিরূপ আমরা যেন তা বিস্মৃত হয়ে গেছি। এদের মধ্যে ১৬ জনই ইহলোক ত্যাগ করেছেন। বাদবাকী ৪ জন গণিতবিদসহ প্রত্যেকের বৃত্তান্ত বর্তমান ঠিকানাসহ তুলে ধরা হলো।

১

প্রফেসর মুহম্মদ আনওয়ার আলী

সেক্টর-১০, রোড-৫, হাউস-২১

উত্তরা, ঢাকা-১২৩০

ফোন: ৮৯৫৩৬৯৬ (বাসা), ০১৭৩২-৩৯৫০১২

সদস্য নং আ-১৩০

[প্রতিষ্ঠাতা ডীন, ওপেন স্কুল, বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়।
সাবেক কার্যনির্বাহী সদস্য, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

২

প্রফেসর এ এ কে এম লুৎফুজ্জামান

Dean, School of Science & Technology

State University of Bangladesh

৭৭ সাতমসজিদ রোড,

ধানমন্ডি, ঢাকা-১২০৫

ফোন: ৮১৫১৭৮৩-৫ (অফিস), ৯৬৭০৩০৭ (বাসা), ০১৮১৭-১৩০৫৩৯

সদস্য নং আ-০১৭

[প্রতিষ্ঠাতা কার্যনির্বাহী সদস্য, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

৩

প্রফেসর শামসুল হক মোল্লা

(ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়)

বাড়ি নং ১/ই/১১, সড়ক নং ৭/এ

পশ্চিম ধানমন্ডি, জিগাতলা, ঢাকা-১২০৯

ফোন: ৯১৪০৮১১ (বাসা), ০১৭২৭-২৮৯৪১৭

সদস্য নং আ-১০৭

[সাবেক ভারপ্রাপ্ত সভাপতি ও সাবেক সম্পাদক, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

৪

প্রফেসর হারুনুর রশীদ

(ব্রজলাল কলেজ, দৌলতপুর, খুলনা)

৫৮/২ মিয়াপাড়া রোড, খুলনা-৯১০০

ফোন: ৮০২২৮৪৩/০৪১-৭২৫৯৪৪ (বাসা), ০১৭৪১-১২৫৫৮৩

সদস্য নং আ-২৪৫

[সাবেক সহসভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

সম্মাননাপ্রাপ্ত গণিতবিদ : ইহলোক ত্যাগ

$৫_১$

সহযোগী প্রফেসর পীযুষ কান্তি ভট্টাচার্য্য

(চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়)

২৮/এ জয়নগর ১ম লেন, চকবাজার, চট্টগ্রাম-৪০০০

ফোন: ০৩১-৬৫১৫২০ (বাসা), ০১৭১১-৪০৫২৮৩

সদস্য নং আ-০৫৬

[উচ্চমাধ্যমিক ও স্নাতক পর্যায়ের পুস্তক প্রণেতা]

মৃত্যু : চট্টগ্রাম ৮ জানুয়ারি ২০০৯

$৬_২$

প্রফেসর এস এম শরফুদ্দিন

(Director, Institute for Advancement of Science and Technology Teaching, Dhaka)

রোড-১১৭, হাউস-৯/সি, ফ্লাট-ডি/৪ (চার তলা), গুলশান

ফোন: ০১৬১১-৫৯৩৫৫৫

সদস্য নং আ-০০৬

[সাবেক সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : ঢাকা ২৬ জানুয়ারি ২০১০

৭$_৩$

প্রফেসর আ ম ম শহীদুল্লা

(ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়)

২২ কবি জসীমউদ্‌দীন রোড, কমলাপুর, ঢাকা

ফোন: ০১৭২৬-২০৮১৩২

সদস্য নং আ-০০৭

[সাবেক সম্পাদক, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : ঢাকা ২৯ সেপ্টেম্বর ২০১০

৮$_৪$

প্রফেসর এ এফ এম আবদুর রহমান

(ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়)

বিল্ডিং নং ৪/এ-২

প্রপার্টি এস্টেট, শান্তিনগর বাজার, ঢাকা-১২১৭

ফোন: ৮৩৫২৫৫৩ (বাসা), ০১৭৭০-০৩৭৬৫৯

সদস্য নং আ-০৯৪

[সাবেক সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : ঢাকা ৩১ জানুয়ারি ২০১২

৯$_৫$

প্রফেসর সৈয়দ আলী আফজাল

(বাংলাদেশ প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা)

বাড়ি নং ৫৩, সড়ক নং ৩, সেক্টর ৫, উত্তরা মডেল টাউন, ঢাকা-১২৩০

ফোন: ৭৯১৪৯০৯ (বাসা), ০১৮১৭-৫৩৫৯৫৮

সদস্য নং আ-০০৫

[সাবেক সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : ঢাকা ১৭ মার্চ ২০১২

১০$_৬$

প্রফেসর জামাল নজরুল ইসলাম

(গণিত ও ভৌতবিজ্ঞান গবেষণা কেন্দ্র, চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়)

Sabza-zar, 28 Surson Road, চট্টগ্রাম

ফোন: ০৩১-৬১৬৭৮০ (বাসা), ০১৭২০-২০৬৮১৫

[সাবেক সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : চট্টগ্রাম ১৬ মার্চ ২০১৩

১১$_{৭}$

প্রফেসর মো. নূর-উন-নবী খান

(রংপুর কারমাইকেল কলেজ)
বাড়ি নং ৭২, সড়ক নং ৩
দক্ষিণ গুপ্তপাড়া, রংপুর-৫৪০০
ফোন: ০৫২১-৬৫২৫৬ (বাসা), ০১৭১৮-৬৪৪২১৬
[উচ্চমাধ্যমিক পুস্তক প্রণেতা]
মৃত্যু : রংপুর ৫ সেপ্টেম্বর ২০১৩

১২$_{৮}$

প্রফেসর কামরুন্নেসা বেগম

(শিক্ষা ও গবেষণা প্রতিষ্ঠান, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়)
৫০৮ মালিবাগ বাগানবাড়ি, ঢাকা-১২১৭
ফোন: ৮৩১৬১৯৭ (বাসা), ০১৯৩৫-৪৮৬২৮৫
সদস্য নং আ-০২৫
[গণিত শিক্ষা ও গবেষণা পুস্তক রচয়িতা]
মৃত্যু : ঢাকা ১৯ আগস্ট ২০১৪

১৩$_{৯}$

প্রফেসর মীজানুর রহমান

[মীজান রহমান]
School of Mathematics & Statistics
Carleton University
1125 Colonel by Drive, Ottawa
Ontario K1S 5B6, Canada
Tel. 613-520-2600 (Ext. 2137)
* * *

109 Homestead Street
Nepean, Ontario K2E 7T4, Canada
Tel. 613-224-9146
মৃত্যু : অটোয়া, কানাডা ৫ জানুয়ারি ২০১৫

১৪$_{১০}$

প্রফেসর এস এম আজিজুল হক

(ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়)

11 Water Fordplace
N Chetemsford
MA 01863 1658, USA
Tel. 001-9782510684

সদস্য নং আ-০০১

[প্রতিষ্ঠাতা সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : বোস্টন, আমেরিকা ১৩ এপ্রিল ২০১৬

১৫$_{১১}$

প্রফেসর আ ফ ম খোদাদাদ খান

(ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়)

Correle Apartment
A/3 Aurangzeb Road
13/3 Mohammadpur, Dhaka-1207
ফোন: ৮১২৯৩২৯ (বাসা), ০১৭১১-৫৪৮০৯১

সদস্য নং আ-০০৯

[সাবেক সম্পাদক ও সাবেক সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : ঢাকা ২ আগস্ট ২০১৬

১৬$_{১২}$

প্রফেসর মো. ফজলী হোসেন

পাহাড়িকা হাউজিং এস্টেট
দক্ষিণ ক্যাম্পাস
চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়, চট্টগ্রাম-৪৩৩১
ফোন: ০৩১-২৬০৬০৬১ (বাসা), ০১৮১৯-৬১৪৭১৫

সদস্য নং আ-০৪৮

[সাবেক সভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি।
সাবেক উপাচার্য, চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়।]

মৃত্যু : চট্টগ্রাম ১০ সেপ্টেম্বর ২০১৭

১৭$_{১৩}$

প্রফেসর আবু জায়েদ শিকদার

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় রোকেয়া হল প্রাধ্যক্ষ বাসভবন
ফোন: ০১৭০৩-৩০২৭০২

সদস্য নং আ-৩৪৯

[সাবেক রেজিস্ট্রার, ঢাবি। সাবেক কার্যনির্বাহী সদস্য, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]

মৃত্যু : ঢাকা ২ জুন ২০১৮

১৮$_{১৪}$

মো. মজিবর রহমান দেবদাস

(রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়)
জয়পুরহাট।
মৃত্যু : জয়পুরহাট ১৮ মে ২০২০

১৯$_{১৫}$

প্রফেসর মো. সুরুজ উদ্দিন আহাম্মদ

বাসা নং ৫/৬, ব্লক এফ, লালমাটিয়া, ঢাকা-১২০৭
ফোন: ৯১১৪৪৮৮ (বাসা), ০১৭১২-০৮৫৩২৬
সদস্য নং আ-০৩৫
[সাবেক সচিব, ঢাকা শিক্ষাবোর্ড]
মৃত্যু : ঢাকা ১৪ নভেম্বর ২০২০

২০$_{১৬}$

প্রফেসর এম রশীদুল হক

(চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়)
পল্টন প্লাজা (দশ তলা), ঢাকা-১২১৭
সদস্য নং আ-০৮৮
[সাবেক সহসভাপতি, বাংলাদেশ গণিত সমিতি]
মৃত্যু : লন্ডন ১৯ মে ২০২১

সম্মানিত লেখক
গণিত পরিক্রমা
(১৯৭৩-২০২১)

বাংলাদেশ গণিত সমিতির মুখপত্র **'গণিতপরিক্রমা'** প্রকাশনার চার যুগ অতিক্রান্ত। বাংলায় গণিতচর্চায় নিরত একজোট বরেণ্য ব্যক্তিত্ব এ যাবৎ মূল্যবান লেখা দিয়ে মুখপত্রটির উত্তরোত্তর উৎকর্ষসাধনে আমাদের কৃতজ্ঞতাপাশে আবদ্ধ করেছেন:

মো. রমজান আলী সরদার[১]

এস এম শরফুদ্দিন[২]

এ এফ এম আবদুর রহমান[৩]

আবদুলাহ্ আল-মুতী (পদার্থবিজ্ঞানী)[৪]

এ এম হারুন অর রশীদ (পদার্থবিজ্ঞানী)[৫]

মীজান রহমান[৬] [কানাডা]

মুহম্মদ আনওয়ার আলী

হিরন্ময় সেনগুপ্ত (পদার্থবিজ্ঞানী)

মো. ফজলী হোসেন[৭]

শামসুল হক মোল্লা

অজয় রায় (পদার্থবিজ্ঞানী)[৮]

হারুনুর রশীদ

এম শমশের আলী (পদার্থবিজ্ঞানী)

১-২৫ মৃত্যুবরণ করেন।

১. যুক্তরাষ্ট্র : ১৪ ডিসেম্বর, ২০০০ [শোক সংবাদ : *গণিতপরিক্রমা* ১০ম খণ্ড ২০০০]।

২. ঢাকা : ২৬ জানুয়ারি, ২০১০ [এম শামসুর রহমান, (স্মরণ) 'চলে গেলেন প্রফেসর শরফুদ্দিন' *দৈনিক ইত্তেফাক সম্পাদকীয় পাতা*, ৫ ফেব্রুয়ারি, ২০১০। শোক সংবাদ: *গণিতপরিক্রমা* ২০শ খণ্ড ২০১০]।

৩. ঢাকা : ৩১ জানুয়ারি, ২০১২ [এম শামসুর রহমান, (স্মরণ) 'স্মৃতিতে সমুজ্জ্বল প্রফেসর আবদুর রহমান' *দৈনিক ইত্তেফাক সম্পাদকীয় পাতা*, ৮ ফেব্রুয়ারি, ২০১২। শোক সংবাদ: *গণিতপরিক্রমা* ২২শ খণ্ড ২০১২]।

৪. ঢাকা : ৩০ নবেম্বর, ১৯৯৮ 'একজন লেখকের তিরোধান : আমাদের শ্রদ্ধাঞ্জলি', *গণিতপরিক্রমা* ৮ম খণ্ড ১৯৯৮]।

৫ ঢাকা : ৯ অক্টোবর, ২০২১।

৬. অটোয়া, কানাডা : ৫ জানুয়ারি ২০১৫।

৭. চট্টগ্রাম : ১০ সেপ্টেম্বর ২০১৭।

৮. ঢাকা : ৯ ডিসেম্বর, ২০১৯।

এ এ কে এম লুৎফুজ্জামান

শেখ সোহরাবুদ্দীন

মুনিবুর রহমান চৌধুরী

এম শামসুর রহমান[৯]

(এম এস রহমান)

আবু জায়েদ শিকদার[১০]

এ এম চৌধুরী (SPARRSO)

মো. আইনুল ইসলাম

উদয় চাঁদ দে [ভারত]

অসীম মুখোপাধ্যায় [ভারত]

মনতোষ মিত্র [ভারত]

উৎপল মুখোপাধ্যায় [ভারত]

প্রদীপ কুমার মজুমদার [ভারত]

তাপস বিন [ভারত]

Walter Ledermann

[University of Sussex, England]

Gavin Raith

Sussex, UK

মোহাম্মদ লুৎফর রহমান (কম্পিউটার বিজ্ঞানী)

ফ র আল-সিদ্দিক (নিউক্লীয় রসায়নবিদ)

মোহাম্মদ আবদুল জব্বার[১১]

এম আব্দুল্লাহ আনসারী

মোহাম্মদ কায়কোবাদ (কম্পিউটার বিজ্ঞানী)

মোহাম্মদ সোলায়মান খান[১২]

আ ক ম আবদুল মান্নান[১৩]

বনিতা মোহন দে

শেখ আনোয়ার হোসেন

কামরুন্নেসা বেগম[১৪]

---

৯. সভার : ১৯ নভেম্বর, ২০২১

১০. ঢাকা : ২ জুলাই, ২০১৮ [শোক সংবাদ : গণিত পরিক্রমা ২৮শ খণ্ড, ২০১৮]

১১. ঢাকা : ২৩ জুলাই, ১৯৯৩।

১২. স্থান ও তারিখ জানা যায়নি।

১৩. ঢাকা : ১৫ জুলাই, ২০০৯।

১৪. ঢাকা : ১৯ আগস্ট, ২০১৪ [শোক সংবাদ : *গণিতপরিক্রমা* ২৫শ খণ্ড ২০১৫]।

সেলিনা বাহার জামান[১৫]

ফাতেমা চৌধুরী

যোবেদা আখতার

কোহিনূর বেগম

জাহানারা বেগম

রোকেয়া বেগম[১৬]

সুরাইয়া ইসলাম

সাদাফ সাজ সিদ্দিকী

নার্গিস ইসলাম

মো. হানিফ উদ্দিন মিয়া[১৭]

মো. আনোয়ার হোসেন

[ঢাকা সিটি কলেজ]

আহসান আখতার (ব্যাংকার)

মুহম্মদ শাহজাহান মিয়া (সাহিত্যিক)

দীনেন্দ্র চন্দ্র বৈশ্য

রমেশ চন্দ্র রায় (প্রকৌশলী)

জাফর আলী খান

আলী আসগর (পদার্থবিজ্ঞানী)

মো. সফর আলী[১৮]

ভীষ্মদেব চৌধুরী (সাহিত্যিক)

ইলিয়াস উদ্দীন বিশ্বাস

খান কলিমুল্লাহ্

মো. ফাইয়েজুর রহমান

মো. নূরুল হুদা

[ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়]

এ কে এম শফিকুল ইসলাম

এ এম তুলা (চাকরিজীবী)

মো. রাসেল রহমান

---

[১৫]. ঢাকা : ১ ডিসেম্বর, ২০০৪ [শোক সংবাদ : *গণিতপরিক্রমা* ১৪শ খণ্ড ২০০৪]।

[১৬]. ঢাকা : ২২ অক্টোবর, ২০১৬।

[১৭]. ঢাকা : ১১ মার্চ, ২০০৭ [শোক সংবাদ : *গণিতপরিক্রমা* ১৭শ খণ্ড ২০০৭]।

[১৮]. সুনামগঞ্জ : ২৯ জুলাই, ২০০২ [শোক সংবাদ : *গণিতপরিক্রমা* ১২শ খণ্ড ২০০২]।

শামসুজ্জামান (ফ্রিলান্স সাংবাদিক)
মো. জাহেদ আলম খান
মো. আবুল হাসেম
মো. আকতার উজ জামান
কাজী মো. খায়রুল বাসার
আবদুল্লাহ আল মামুন
সাইয়্যিদ মুহম্মদ খলীফাতুল উম্মাম
মো. শফিকুল ইসলাম রতন
লালন কুমার মণ্ডল
মো. সাজ্জাদ আলম
মো. আশিক সিদ্দীক
মো. জয়নুল আবেদীন
মো. আবু সুফিয়ান
আজিজর রহমান খলিফা[১৯]
শ ম আজিজুল হক[২০]
এ কে এম সামসুল করিম[২১]
আবুল কালাম আজাদ[২২]
[চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়]
কামাল রেজা
কামাল উদ্দীন আহমেদ
আব্দুল্লা আল কাফী মজুমদার
এস. এম. শহীদুল ইসলাম
অমূল্য চন্দ্র মন্ডল
মো. আব্দুল হালিম
রায়হানা তসলিম
মো. কোমর উদ্দিন আকন
রাজীব কর্মকার

–সম্পাদক

[১৯]. ঢাকা : ডিসেম্বর ১৯৮৪।
[২০]. বোস্টন, যুক্তরাষ্ট্র : ১৩ এপ্রিল ২০১৬।
[২১]. ঢাকা : ৩ জানুয়ারি ২০০২।
[২২]. চট্টগ্রাম : ৭ মার্চ ২০১৭।

গণিতপরিক্রমার উন্নতি কামনা করে অভিমত/বাণী দিয়েছেন–

মীজান রহমান[২৩] (অধ্যাপক, কার্লটন বিশ্ববিদ্যালয়, কানাডা) : ১৯৯৭
আবু তাহের মজুমদার[২৪] (ইংরেজির অধ্যাপক, জা বি) : ২০০১
জামাল নজরুল ইসলাম[২৫] (পরিচালক, গণিত ও ভৌতবিজ্ঞান গবেষণা কেন্দ্র, চ বি) : ২০০২
খন্দকার মুস্তাহিদুর রহমান (উপাচার্য, জা বি) : ২০০৩
এ এম হারুন অর রশীদ (সাবেক অধ্যাপক, পদার্থবিজ্ঞান, ঢা বি) : ২০১১

এদের প্রতিও রইল আমাদের সকৃতজ্ঞ ধন্যবাদ।

– সম্পাদক

---

[২৩]. অটোয়া, কানাডা: ৫ জানুয়ারি, ২০১৫।
[২৪]. ঢাকা : ২৮ ডিসেম্বর ২০১৪।
[২৫]. চট্টগ্রাম : ১৬ মার্চ, ২০১৩ [শোক সংবাদ: *গণিতপরিক্রমা* ২৩শ খণ্ড ২০১৩]।

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

কার্যনির্বাহী সংসদ : ২০২০-২০২১

সভাপতি

নুরুল আলম খান

উত্তরা ইউনিভার্সিটি

সদস্য নং **আ-১২৬**

সহসভাপতি

মো. শহীদুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং **আ-১০৪**

এম. জুলফিকার আলী

গণিত বিভাগ, রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং **আ-৩৯৪**

মো. রেজাউল করিম

গণিত বিভাগ, জগন্নাথ বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং **আ-৬৫৩**

সম্পাদক

মো. শওকাত আলী

ফলিত গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং **আ-১৫৫**

কোষাধ্যক্ষ

মোহাম্মদ বাবুল হাসান

গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং **আ-২৩৯**

যুগ্ম-সম্পাদক

রায়হানা তসলিম

গণিত বিভাগ, টি.টি.সি., ঢাকা

সদস্য নং **আ-২৬৭**

সহকারি সম্পাদক

মোঃ শামসুল হক

৪০, মগবাজার, ঢাকা

সদস্য নং **আ-২৫৬**

স দ স্য
[এগারো জন]

মো. মোবারক হোসেন
ফলিত গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং **আ-০৪৭**

অমূল্য চন্দ্র মন্ডল
গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং **আ-১০৯**

মোঃ আশরাফ উদ্দিন
গণিত বিভাগ, শা.বি.প্র.বি., সিলেট
সদস্য নং **আ-১১৫**

মো. মনিরুল আলম সরকার
বাংলাদেশ প্রকৌশল ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা
সদস্য নং **আ-১২৯**

গণেশ চন্দ্র রায়
গণিত বিভাগ, চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং **আ-২৮৮**

মো. আব্দুল হাকিম খাঁন
বাংলাদেশ প্রকৌশল ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা
সদস্য নং **আ-১৩১**

মোঃ আকতারুজ্জামান
কাজেম ভিলা, ৩৮২/সি, মালিবাগ, চৌধুরী পাড়া, ঢাকা
সদস্য নং **আ-১৩৬**

মো. হায়দার আলী বিশ্বাস
গণিত ডিসিপ্লিন, খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং **আ-২৮৯**

কাজী মো. খায়রুল বাসার
কাজী জাকী এগ্রো ফার্ম, ২৫/১-এ করাতিতোলা লেন, স্বামীবাগ, ঢাকা
সদস্য নং **আ-৬০০**

মোঃ হুমায়ুন কবীর
গণিত বিভাগ, জাহাঙ্গীনগর বিশ্ববিদ্যালয়, সাভার, ঢাকা
সদস্য নং **আ-৬৬৫**

মোঃ গোলাম মোস্তফা
মানিকনগর, মুগদা, ঢাকা
সদস্য নং **আ-৮৩৬**

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

গণিত সম্মেলন

বাংলাদেশ গণিত সমিতির উদ্যোগে
এ যাবৎ অনুষ্ঠিত সকল সম্মেলনের
স্থান ও তারিখ

সম্মেলন	স্থান	তারিখ
প্রথম	ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	৯-১১ মার্চ, ১৯৭৪
দ্বিতীয়	ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	৫-৭ অক্টোবর, ১৯৮০
তৃতীয়	চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়	২৭-২৯ ডিসেম্বর, ১৯৮১
চতুর্থ	রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়	১৮, ১৯ সেপ্টেম্বর, ১৯৮৫
পঞ্চম	জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়	২৭-২৯ ডিসেম্বর, ১৯৮৬
ষষ্ঠ	চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়	৩-৬ নভেম্বর, ১৯৮৭
সপ্তম	ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	২৩-২৬ ডিসেম্বর, ১৯৮৯
অষ্টম	চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়	৫-৮ নভেম্বর, ১৯৯১
নবম	রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়	১৪-১৬ নভেম্বর, ১৯৯৩
দশম	ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	২৫-২৭ নভেম্বর, ১৯৯৫
একাদশ	শাহ্জালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, সিলেট	২৫-২৭ নভেম্বর, ১৯৯৭
দ্বাদশ	চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়	১৭-১৯ নভেম্বর, ১৯৯৯
ত্রয়োদশ	চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়	২৬-২৮ ডিসেম্বর, ২০০১
চতুর্দশ	ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	২৭-২৯ ডিসেম্বর, ২০০৩
পঞ্চদশ	ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	২৯-৩১ ডিসেম্বর, ২০০৭
ষষ্ঠদশ	বাংলাদেশ প্রকৌশল ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা	১৭-১৯ ডিসেম্বর, ২০০৯
সপ্তদশ	জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়	২২-২৪ ডিসেম্বর, ২০১১
অষ্টাদশ	ইন্ডিপেন্ডেন্ট ইউনিভার্সিটি বাংলাদেশ, ঢাকা	২০-২২ মার্চ, ২০১৩
উনবিংশ	ব্র্যাক বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা	১৮-২০ ডিসেম্বর, ২০১৫
বিংশ	গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	৮-১০ ডিসেম্বর, ২০১৭
একবিংশ	ফলিত গণিত বিভাগ ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়	৬-৮ ডিসেম্বর ২০১৯

বাংলাদেশ গণিত সমিতি

প্রতিষ্ঠাকাল : ১৯৭২

[সমিতির প্রতিষ্ঠাকাল থেকে এ যাবৎ কার্যনির্বাহক সভাপতি ও সম্পাদকের তালিকা]

(এডহক) কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৭২

সভাপতি
শ ম আজিজুল হক†
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং আ ০০১

সম্পাদক
শেখ সোহরাবুদ্দীন
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং আ ০০২

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৭৩-১৯৭৪

সভাপতি
শ ম আজিজুল হক†
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং আ ০০১

সম্পাদক
শেখ সোহরাবুদ্দীন
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং আ ০০২

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৭৫-১৯৭৬

সভাপতি
শ ম আজিজুল হক†
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং আ ০০১

†মৃত্যুবরণ : বোস্টন, যুক্তরাষ্ট্র। ১৩ এপ্রিল, ২০১৬ [শোক সংবাদ: গণিতপরিক্রমা ২৬শ খণ্ড ২০১৬]

সম্পাদক
শেখ সোহরাবুদ্দীন
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
সদস্য নং আ ০০২

(এডহক) **কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৭৮**

সভাপতি

মো. রমজান আলী সরদার[†]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০১৪

সম্পাদক

আ ফ ম খোদাদাদ খান[*]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০০৯

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৭৯-১৯৮০

সভাপতি

মো. রমজান আলী সরদার[†]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০১৪

সম্পাদক

আ ফ ম খোদাদাদ খান[*]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০০৯

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৮১-১৯৮২

সভাপতি

মো. রমজান আলী সরদার[†]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০১৪

[†]মৃত্যুবরণ : যুক্তরাষ্ট্র। ১৪ ডিসেম্বর, ২০০০ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ১০ম খণ্ড ২০০০।]

সম্পাদক

আ ফ ম খোদাদাদ খান[*]

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০০৯

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ১৯৮৩-১৯৮৫

সভাপতি

মো. ফজলী হোসেন†

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৪৮

†মৃত্যুবরণ : চট্টগ্রাম। ১০ সেপ্টেম্বর ২০১৭ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২৭শ খণ্ড ২০১৭]

সম্পাদক

আ ম ম শহীদুল্লা†

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০০৭

†মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ২৯ সেপ্টেম্বর ২০১০ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২০শ খণ্ড ২০১০]

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ১৯৮৬-১৯৮৭

সভাপতি

এস এম শরফুদ্দিন†

Institute for Advancement of
Science and Technology Teaching, Dhaka

সদস্য নং আ ০০৬

†মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ২৬ জানুয়ারি ২০১০ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২০শ খণ্ড ২০১০]

সম্পাদক

আ ফ ম খোদাদাদ খান*

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০০৯

*মৃত্যুবরণ : ঢাকা ২ আগস্ট, ২০১৬ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২৬শ খণ্ড ২০১৬]

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ১৯৮৮-১৯৮৯

সভাপতি

এ এফ এম আবদুর রহমান†

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৯৪

†মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ৩১ জানুয়ারি ২০১২ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২২শ খণ্ড ২০১২]

সম্পাদক

মুহম্মদ জাকেরুল্লাহ

বাংলাদেশ প্রকৌশল ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা

সদস্য নং আ ০১০

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৯০-১৯৯১

সভাপতি

জামাল নজরুল ইসলাম†

গণিত ও ভৌতবিজ্ঞান গবেষণা কেন্দ্র

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়

†মৃত্যুবরণ : চট্টগ্রাম। ১৬ মার্চ ২০১৩ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২৩শ খণ্ড ২০১৩]

ভারপ্রাপ্ত সভাপতি

শামসুল হক মোল্লা†

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৭

[†সভাপতির বিদেশে অবস্থানের (১৯৯১) কারণে সহসভাপতি

শামসুল হক মোল্লা

ভারপ্রাপ্ত সভাপতির দায়িত্ব গ্রহণ করেন।]

সম্পাদক

মো. নূরুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৯৮

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৯২-১৯৯৩

সভাপতি

ফররুখ খলিল†

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৮৪

†মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ১৪ জানুয়ারি ২০০৪ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ১৪শ খন্ড ২০০৪]

সম্পাদক

শামসুল হক মোল্লা

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৭

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৯৪-১৯৯৫

সভাপতি

সৈয়দ আলী আফজাল†

বাংলাদেশ প্রকৌশল ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা

সদস্য নং আ ০০৫

†মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ১৭ মার্চ ২০১২ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২২শ খণ্ড ২০১২]

ভারপ্রাপ্ত সভাপতি

মো. মিরাজ উদ্দিন মণ্ডল†

শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, সিলেট

সদস্য নং আ ০৭৭

[†সভাপতি পদত্যাগ (১৯৯৪) করায় সহসভাপতি

মো. মিরাজ উদ্দিন মণ্ডল††

ভারপ্রাপ্ত সভাপতির দায়িত্বে থাকেন।]

††মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ৫ এপ্রিল ২০২১

সম্পাদক

মো. আইনুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৮৩

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৯৬-১৯৯৭

সভাপতি

আ ফ ম খোদাদাদ খান*

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০০৯

*মৃত্যুবরণ : ঢাকা ২ আগস্ট, ২০১৬ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২৬শ খন্ড ২০১৬]

সম্পাদক

মো. আবদুস সাত্তার

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৭১

কার্যনির্বাহী সংসদ: ১৯৯৮-১৯৯৯

সভাপতি

সুব্রত মজুমদার

রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০২০

সম্পাদক

মো. মোখলেসুর রহমান

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৮১

কার্যনির্বাহী সংসদ: ২০০০-২০০১

সভাপতি

মুনিবুর রহমান চৌধুরী

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৪০

সম্পাদক

মো. শাহাবুদ্দিন

চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৬

কার্যনির্বাহী সংসদ: ২০০২-২০০৩

সভাপতি

মুনিবুর রহমান চৌধুরী

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৪০

সম্পাদক

অমল কৃষ্ণ হালদার

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১১০

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০০৪-২০০৫

সভাপতি

মো. নূরুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৯৮

†মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ১২ অক্টোবর ২০১৮ [শোক সংবাদ : গণিতপরিক্রমা ২৮শ খণ্ড ২০১৮]

সম্পাদক

সাজেদা বানু

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৫৮

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০০৬-২০০৭

সভাপতি

মো. আইনুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৮৩

সম্পাদক

মো. মোস্তফা কামাল চৌধুরী

বাংলাদেশ প্রকৌশল ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, ঢাকা

সদস্য নং আ ০৩১

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০০৮-২০০৯

সভাপতি

এম. শামসুর রহমান†

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১২৪

†মৃত্যুবরণ : সাভার। ১৯ নভেম্বর, ২০২১

সম্পাদক

অমূল্য চন্দ্র মন্ডল

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৯

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০১০-২০১১

সভাপতি

মো. আবদুস সাত্তার

নর্থ-সাউথ ইউনিভার্সিটি

সদস্য নং আ ০৭১

সম্পাদক

মো. শফিকুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১২২

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০১২-২০১৩

সভাপতি

মো. আনোয়ার হোসেন

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৮

*মৃত্যুবরণ : ঢাকা। ২৭ মে ২০২১

সম্পাদক

মো. লায়েক সাজ্জাদ এন্দেল্লাহ

জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ৪৯৩

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০১৪-২০১৫

সভাপতি

সাজেদা বানু

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৫৮

সম্পাদক

মো. শহীদুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৪

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০১৬-২০১৭

সভাপতি

সাজেদা বানু

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৫৮

সম্পাদক

মো. শহীদুল ইসলাম

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৪

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০১৮-২০১৯

সভাপতি

মো. মোবারক হোসেন

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ০৪৭

সম্পাদক

অমূল্য চন্দ্র মন্ডল

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১০৯

কার্যনির্বাহী সংসদঃ ২০২০-২০২১

সভাপতি

নুরুল আলম খান

উত্তরা ইউনিভার্সিটি

সদস্য নং আ ১২৬

সম্পাদক

মো. শওকাত আলী

ফলিত গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সদস্য নং আ ১৫৫

মৃ ত্যু ব র ণ

বাংলাদেশ গণিত সমিতির যেসব নির্বাহী কর্মকর্তা, ২০০৮-সম্মাননাপ্রাপ্ত গণিতবিদ লেখক, শুভার্থী ও সংশ্লিষ্ট স্টাফ এ যাবৎ মৃত্যুবরণ করেছেন, তথ্যানুসন্ধানী পাঠকবর্গের অনুরোধে কার্যকাল, মৃত্যুস্থান ও তারিখ উল্লেখপূর্বক তাদের একটি তালিকা দাঁড় করানো হলো:

নির্বাহী কর্মকর্তা

স ভা প তি

মো. রমজান আলী সরদার† (১৯৭৮-১৯৮২) Laramie Wyoming, যুক্তরাষ্ট্র : ১৪ ডিসেম্বর ২০০০।

†কোষাধ্যক্ষ (১৯৭৩-১৯৭৪)

ফররুখ খলিল‡ (১৯৯২-১৯৯৩) ঢাকা : ১৪ জানুয়ারি ২০০৪।

‡সহসভাপতি (১৯৭৩-১৯৭৪, ১৯৭৯-১৯৮০)

এস এম শরফুদ্দিন§ (১৯৮৬-১৯৮৭) ঢাকা : ২৬ জানুয়ারি ২০১০।

§সদস্য (২০০০-২০০১)

এ এফ এম আবদুর রহমান† (১৯৮৮-১৯৮৯) ঢাকা : ৩১ জানুয়ারি ২০১২।

†সদস্য (১৯৭৯-১৯৮০)

সৈয়দ আলী আফজাল‡ (১৯৯৪) ঢাকা : ১৭ মার্চ ২০১২ ।

§সদস্য (১৯৭৩-১৯৭৪)

জামাল নজরুল ইসলাম (১৯৯০-১৯৯১) চট্টগ্রাম : ১৬ মার্চ ২০১৩ ।

শ ম আজিজুল হক (১৯৭২, ১৯৭৩-১৯৭৪, ১৯৭৫-১৯৭৬) বোস্টন, আমেরিকা : ১৩ এপ্রিল ২০১৬ ।

আ ফ ম খোদাদাদ খান (১৯৯৬-১৯৯৭) ঢাকা : ২ আগস্ট ২০১৬।

মো. ফজলী হোসেন (১৯৮৩-১৯৮৫) চট্টগ্রাম : ১০ সেপ্টেম্বর ২০১৭।

মো. নূরুল ইসলাম$ (২০০৪-২০০৫) ঢাকা : ১২ অক্টোবর ২০১৮।

$সম্পাদক (১৯৯০-১৯৯১)

মো. আনোয়ার হোসেন (২০১২-২০১৩) ঢাকা : ২৭ মে ২০২১

মো. মিরাজ উদ্দিন মন্ডল† (১৯৯৪-১৯৯৫) ঢাকা : ৫ এপ্রিল ২০২১

†ভারপ্রাপ্ত সভাপতি

এম. শামসুর রহমান (২০০৮-২০০৯) সাভার : ১৯ নভেম্বর ২০২১

সহসভাপতি

মো. আমিনুল হক বেগ (১৯৯৬-১৯৯৭) ঢাকা : ১৬ জুলাই ১৯৯৭।

মীজানুর রহমান [রা বি] (১৯৮১-১৯৮৫) ঢাকা : ৩০ জানুয়ারি ২০০৬।

রওশন আরা রশিদ (১৯৯৮-১৯৯৯) ঢাকা : ৩০ জুলাই ২০১০।

সম্পাদক

আ ম ম শহীদুল্লা† (১৯৮৩-১৯৮৫) ঢাকা : ২৯ সেপ্টেম্বর ২০১০।

†সদস্য (১৯৭৩-১৯৭৪, ১৯৭৯-১৯৮০)

আ ফ ম খোদাদাদ খান (১৯৭৮, ১৯৭৯-১৯৮০, ১৯৮১-১৯৮২, ১৯৮৬-১৯৮৭) ঢাকা: ২ আগস্ট ২০১৬।

কোষাধ্যক্ষ

শামসুল হক [ঢা বি] (১৯৭৯-১৯৮০) ঢাকা : ২৭ সেপ্টেম্বর ২০০০।

যুগ্ম সম্পাদক

মো. সা'দত হোসেন• (২০০২-২০০৩) ঢাকা : ১৩ নভেম্বর ২০০৩।

•সদস্য (২০০০-২০০১)

সহকারি সম্পাদক

শেখ বজলার রহমান* (১৯৯৪-১৯৯৭) খুলনা : ৪ জানুয়ারি ২০০৭।

*সদস্য (১৯৯২-১৯৯৩)

সদস্য

খোশ মোহাম্মদ (১৯৭৩-১৯৭৪) ঢাকা : ৭ মার্চ ১৯৯৩।

এ কে এম সামসুল করিম (১৯৭৯-১৯৮০) ঢাকা : ৩ জানুয়ারি ২০০২।

মো. সফর আলী (১৯৯৪-১৯৯৫) সুনামগঞ্জ : ২৯ জুলাই ২০০২।

এ এফ এম আবদুল হালিম (১৯৭৯-১৯৮০) ঢাকা : ৯ ফেব্রুয়ারি ২০০৫।

মো. হানিফউদ্দিন মিয়া (১৯৭৩-১৯৭৪, ১৯৯৪-১৯৯৫) ঢাকা : ১১ মার্চ ২০০৭।

গৌরাঙ্গ দেব রায় (১৯৯৮-১৯৯৯, ২০০৮-২০০৯) ঢাকা : ২৫ ডিসেম্বর ২০০৮।

সম্মাননাপ্রাপ্ত গণিতবিদ

পীযুষ কান্তি ভট্টাচার্য্য, আজীবন সদস্য (আ-০৫৬) চট্টগ্রাম : ৮ জানুয়ারি ২০০৯।

এস এম শরফুদ্দিন[§], সভাপতি (১৯৮৬-১৯৮৭) ঢাকা : ২৬ জানুয়ারি ২০১০।
[§]সদস্য (২০০০-২০০১)

আ ম ম শহীদুল্লা[†], সম্পাদক (১৯৮৩-১৯৮৫) ঢাকা : ২৯ সেপ্টেম্বর ২০১০।
[†]সদস্য (১৯৭৩-১৯৭৪, ১৯৭৯-১৯৮০)

এ এফ এম আবদুর রহমান[†], সভাপতি (১৯৮৮-১৯৮৯) ঢাকা : ৩১ জানুয়ারি ২০১২।
[†]সদস্য (১৯৭৯-১৯৮০)

সৈয়দ আলী আফজাল[‡], সভাপতি (১৯৯৪) ঢাকা : ১৭ মার্চ ২০১২ ।
[§]সদস্য (১৯৭৩-১৯৭৪)

জামাল নজরুল ইসলাম, সভাপতি (১৯৯০-১৯৯১) চট্টগ্রাম : ১৬ মার্চ ২০১৩ ।

মো. নূর-উন-নবী খান, রংপুর : ৫ সেপ্টেম্বর ২০১৩।

কামরুন্নেসা বেগম, ঢাকা : ১৯ আগস্ট ২০১৪।

মীজান রহমান, অটোয়া, কানাডা : ৫ জানুয়ারি ২০১৫।

শ ম আজিজুল হক, সভাপতি (১৯৭২, ১৯৭৩-১৯৭৪, ১৯৭৫-১৯৭৬) বোস্টন, আমেরিকা : ১৩ এপ্রিল ২০১৬।

আ ফ ম খোদাদাদ খান, সভাপতি (১৯৯৬-১৯৯৭) ঢাকা : ২ আগস্ট ২০১৬।

মো. ফজলী হোসেন (১৯৮৩-১৯৮৫) চট্টগ্রাম : ১০ সেপ্টেম্বর ২০১৭।

আবু জায়েদ শিকদার (১৯৩১-২০১৮) ঢাকা : ২ জুল

মো. সুরুজ উদ্দিন আহাম্মদ (১৯৩১-২০২০) ঢাকা : ১৪ নভেম্বর ২০২০

এম রশীদুল হক (১৯৩২-২০২১) লন্ডন : ১৯ মে ২০২১

শুভেচ্ছাবাণী প্রদানকারী

জামাল নজরুল ইসলাম (পরিচালক, গণিত ও ভৌতবিজ্ঞান গবেষণাকেন্দ্র, চ বি) : ২০০২।
চট্টগ্রাম : ১৬ মার্চ ২০১৩।

আবু তাহের মজুমদার (ইংরেজির অধ্যাপক, জা বি) : ২০০১।

ঢাকা : ২৮ ডিসেম্বর ২০১৪।

মীজান রহমান (অধ্যাপক, কার্লটন বিশ্ববিদ্যালয়, কানাডা) : ১৯৯৭।

অটোয়া, কানাডা : ৫ জানুয়ারি ২০১৫।

লে খ ক

আজিজর রহমান খলিফা, ঢাকা : ডিসেম্বর ১৯৮৪।

আবদুল্লাহ আল-মুতী, ঢাকা : ৩০ নভেম্বর ১৯৯৮।

মো. রমজান আলী সরদার, Laramie Wyoming, যুক্তরাষ্ট্র : ১৪ ডিসেম্বর ২০০০।

এ কে এম সামসুল করিম, ঢাকা : ৩ জানুয়ারি ২০০২।

মো. সফর আলী, সুনামগঞ্জ : ২৯ জুলাই ২০০২।

সেলিনা বাহার জামান, ঢাকা : ১ ডিসেম্বর ২০০৪।

মো. হানিফ উদ্দিন মিয়া, ঢাকা : ১১ মার্চ ২০০৭।

এস এম শরফুদ্দিন, ঢাকা : ২৬ জানুয়ারি ২০১০।

এ এফ এম আবদুর রহমান, ঢাকা : ৩১ জানুয়ারি ২০১২।

কামরুন্নেসা বেগম, ঢাকা : ১৯ আগস্ট ২০১৪।

মীজান রহমান, অটোয়া, কানাডা : ৫ জানুয়ারি ২০১৫।

রোকেয়া বেগম, ঢাকা : ২২ অক্টোবর ২০১৬

মো. ফজলী হোসেন (১৯৮৩-১৯৮৫) চট্টগ্রাম : ১০ সেপ্টেম্বর ২০১৭।

আবু জায়েদ শিকদার, ঢাকা : ২ জুলাই ২০১৮

অজয় রায়, ঢাকা : ৯ ডিসেম্বর ২০১৯

এ এম হারুন অর রশীদ, ঢাকা : ৯ অক্টোবর ২০২১

অফিস সহকারি

শেখ আবদুল খালেক (১৯৭২-১৯৯২) ঢাকা : ১ সেপ্টেম্বর ১৯৯২।

মো. আবদুর রহমান মোল্লা (১৯৯২-২০১০) ঢাকা : ১৯ আগস্ট ২০১১।

এম এ জাফর আহমেদ (২০১২-২০১৪) গোপালগঞ্জ : ৩ আগস্ট ২০১৪।

ক র্ম চা রি

মো. মোশারফ হোসেন (১৯৭২-২০০২) ঢাকা : ১১ সেপ্টেম্বর ২০০২।

শোক সংবাদ

এ বছর আমরা কয়েকজন গণিতবিদকে হারিয়েছি।
বাংলাদেশ গণিত সমিতি তাঁদের মৃত্যুতে গভীরভাবে শোকবিহ্বল।

অধ্যাপক মজিবর রহমান দেবদাস (১৯৩০-২০২০)

অধ্যাপক মজিবর রহমান দেবদাস ১৯৩০ সালে ১ জানুয়ারি জয়পুরহাটের মহুরুল গ্রামে জন্মগ্রহণ করেন। ১৯৪৬ সালে খঞ্জনপুর উচ্চবিদ্যালয় থেকে ম্যাট্রিক পাশ করার পর বগুড়ার আজিজুল হক কলেজ থেকে উচ্চ মাধ্যমিকে মেধা তালিকায় স্থান করে নেন। তিনি ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ১৯৫২ সালে গণিতে ১ম শ্রেণিতে ১ম স্থান অধিকার করে এমএ ডিগ্রি অর্জন করেন। অধ্যাপক দেবদাস করাচীর সরকারি সেন্ট্রাল কলেজে যোগদানের মাধ্যমে তাঁর অধ্যাপনা শুরু করেন। তিনি ১৯৬৪ সালে অস্ট্রেলিয়ার মেলবোর্ন ইউনিভার্সিটি থেকে ফলিত গণিতে এমএসসি ডিগ্রি লাভ করেন এবং ১৯৬৭ সালে ১৬ অক্টোবর রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ে গণিত বিভাগে সিনিয়র প্রভাষক পদে যোগদান করেন।

অধ্যাপক মজিবর রহমান ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ে অধ্যয়নকালে ভাষা আন্দোলনে সক্রিয়ভাবে অংশগ্রহণ করেন। তিনি ছিলেন একটু খেয়ালী প্রকৃতির। চুপচাপ থাকতে পছন্দ করতেন। তিনি মনে-প্রাণে একজন অসাম্প্রদায়িক মানুষ ছিলেন। ১৯৭১ সালে ২৬ মার্চ ভোরে পাক সেনাবাহিনী রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয় ক্যাম্পাসে এসে অধ্যাপক শহিদুল ইসলাম, অধ্যাপক অজিত রায় ও অধ্যাপক মজিবর রহমান দেবদাসকে ধরে উপাচার্য সাজ্জাদ হোসেনের বাস ভবনে নিয়ে গিয়ে জানতে চায়–এখানে কোন হিন্দু শিক্ষক আছে কিনা। মৌনতাপস মজিবর রহমান নির্বিকার চিত্তে বলে দেন–এখানে কোন হিন্দু শিক্ষক নাই। উপাচার্যের সাথে একটু আলাপ শেষে সেদিন পাক সেনাবাহিনী তাঁদেরকে রেখে যান। ৭১-এ পাকিস্তানী মুসলমান সেনাবাহিনীর কীর্তিকলাপের প্রতিবাদে নিজের মুসলিম নাম পরিত্যাগ করে তিনি 'দেবদাস' নাম গ্রহণ করেন। এটি আন্তর্জাতিক অঙ্গনে জানাজানি হলে মুসলিম বিশ্বে প্রতিক্রিয়া সৃষ্টি হবে বিধায় পাক সেনারা অধ্যাপক দেবদাসকে ১২ মে আবার ধরে নিয়ে রাজশাহী ও নাটোরে পাকিস্তানী সেনাক্যাম্পে শারীরিক ও মানসিক অত্যাচার করে। মৃতপ্রায় ও বিকৃত মস্তিষ্ক অধ্যাপক দেবদাস ১৯৭১ সালে ৫ সেপ্টেম্বর ছাড়া পেয়ে জয়পুরহাটে নিজ বাসভবনে 'জীবন্ত শহীদ' হয়ে বেঁচে থাকেন।

তিনি অবিবাহিত ছিলেন। দেরিতে হলেও ২০১৫ সালে এ সাহসী শিক্ষককে সরকার ২১শে পদক দিয়ে সম্মানিত করেন। অধ্যাপক দেবদাস ২০২০ সালে ১৮ মে পরলোকগমণ করেন।

অধ্যাপক ড. পার্থ প্রতিম দে
(১৯৫৬-২০২০)

অধ্যাপক ড. পার্থ প্রতিম দে ১৯৫৬ সালে জামালপুরে জন্মগ্রহণ করেন। তিনি এইচএসসি সম্পন্ন করার পর Leningrad State University, USSR-এ চলে যান এবং সেখান থেকে গণিত শাস্ত্র নিয়ে বিএসসি এবং ১৯৮১ সালে এমএসসি ডিগ্রী অর্জন করেন। পরবর্তীতে তিনি ১৯৮৯ সালে University of Montana, USA থেকে Mathematical Science-এ দ্বিতীয় এমএসসি ডিগ্রী অর্জন করেন। ১৯৯৪ সালে Bowling Green State University, USA থেকে তিনি গণিতে পিএইচডি ডিগ্রি অর্জন করেন।

অধ্যাপক দে নর্থ সাউথ ইউনিভার্সিটি (NSU)-তে দীর্ঘ সময় Electrical and Computer Engineering Faculty-এর সদস্য ছিলেন। পরবর্তীতে তিনি ১৯৯৮ সালে NSU-তে সহকারী অধ্যাপক হিসেবে যোগদান করেন এবং অধ্যাপক হিসেবে ২০২০ সালের জুন মাস পর্যন্ত কর্মরত ছিলেন। ২০১৪ সালের আগস্ট মাসে প্রতিষ্ঠিত গণিত ও পদার্থ বিজ্ঞান বিভাগের প্রতিষ্ঠাতা চেয়ারম্যানও ছিলেন তিনি। মাত্র ৯ জন পূর্ণকালীন এবং ২৪ জন খণ্ডকালীন শিক্ষক নিয়ে ২০১৫ সালে Spring Semester-এর যাত্রা শুরু করেছিলেন। তিনি ধৈর্য ও অঙ্গীকারে পূর্ণ একজন সত্যিকারের শিক্ষক ও সর্বদা হাস্যোজ্জ্বল মানুষ ছিলেন। তাঁর নেতৃত্বেই দুটি পদার্থ বিজ্ঞান পরীক্ষাগার প্রতিষ্ঠিত হয় এবং বিভাগে গণিত বিষয়ের একটি প্রোগ্রাম চালু করা হয়।

অধ্যাপক দে চেয়ারম্যান হিসেবে সবসময় শিক্ষক ও শিক্ষার্থীকে অনুপ্রাণিত এবং উৎসাহিত করতেন। বিভাগে বন্ধুত্বপূর্ণ কাজের পরিবেশ বজায় রাখতে তিনি অত্যন্ত সতর্ক ছিলেন। তিনি ছিলেন খুব আদরের দুই মেয়ের বাবা। তাঁর ষোল বছর বয়সী মেয়ের আকস্মিক মৃত্যু (৩০ জুন ২০২০ সকালে) তিনি সহ্য করতে পারেননি। ফলে হার্ট অ্যাটাকের শিকার হয়ে একই দিন বিকেলে ঢাকার ল্যাব এইড হাসপাতালে শেষ নিঃশ্বাস ত্যাগ করেন। তাঁর মৃত্যু বিভাগের জন্য একটি অপূরণীয় ক্ষতি, বিশেষ করে ছাত্র-ছাত্রী এবং NSU পরিবারের জন্য। ব্যক্তিগত জীবনে তিনি একজন অত্যন্ত বন্ধুবৎসল এবং প্রাণবন্ত মানুষ ছিলেন।

প্রফেসর ড. শিশির কুমার ভট্টাচার্য (১৯৪০-২০২০)

প্রফেসর ড. শিশির কুমার ভট্টাচার্য বরিশাল জেলার ধামুরা গ্রামে ১৯৪০ সালে জন্মগ্রহণ করেন। তিনি বিএল কলেজ থেকে গণিতে সম্মান ও ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ১৯৬৩ সালে এমএসসি ডিগ্রী লাভ করেন।

প্রফেসর ভট্টাচার্য ১৯৬৩ সালে প্রথমে চাখার ফজলুল হক কলেজে এবং পরে আনন্দমোহন কলেজে গণিতের প্রভাষক হিসেবে অধ্যাপনা শুরু করেন। তিনি ১৯৬৫ সালে রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে সহকারী অধ্যাপক পদে যোগদান করেন। ১৯৮০ সালে লন্ডন বিশ্ববিদ্যালয়ের কুইনমেরী কলেজ থেকে তিনি জ্যোতির্বিজ্ঞানের উপর পিএইচডি ডিগ্রী অর্জন করেন। প্রফেসর শিশির কুমার ভট্টাচার্য একজন ক্রিকেটপ্রেমী, সংস্কৃতিমনা, বিনয়ী এবং প্রজ্ঞা সম্পন্ন মানুষ ছিলেন। অনেক সময় বিশ্ববিদ্যালয়ে আন্তঃবিভাগ টুর্ণামেন্টে গণিত বিভাগের ছাত্রদের সাথে তিনি ব্যাট হাতে মাঠে নেমে পড়তেন। তিনি হৈ চৈ পছন্দ করতেন না। তাই স্যার শ্রেণিকক্ষে প্রবেশ করার সাথে সাথে ছাত্ররা সবাই চুপ হয়ে যেত। প্রফেসর ভট্টাচার্যের তত্ত্বাবধায়নে প্রফেসর ড. যোগেন্দ্রনাথ প্রামাণিক ও প্রফেসর ড. গৌর চন্দ্র পাল পিএইচডি ডিগ্রী অর্জন করেন।

দেশী-বিদেশী বিভিন্ন জার্নাল ও পত্রিকায় গবেষণামূলক এবং বিজ্ঞান ও শিক্ষা বিষয়ক তাঁর প্রকাশনার সংখ্যা পঞ্চাশের উপরে। তিনি ২০০৫ সালে গণিত বিভাগ থেকে অবসর গ্রহণ করেন। অবসরকালীন সময়ে তিনি মুভমেন্ট ডিজর্ডারে (Disorder) ভুগছিলেন। এরকম একটি কঠিন অসুস্থতা নিয়ে তিনি বেশ কয়েকটি বই লেখেন। উল্লেখযোগ্য কয়েকটি বই: মানুষ ও মহাবিশ্ব, মহাজাগতিক মহাকাব্য, দ্বিমাত্রিক জ্যামিতি, কালের প্রকৃতি ও অন্যান্য। তিনি আইনস্টাইনের জীবন ও আপেক্ষিক তত্ত্বের উপর বই লিখে ২০১৯ সালে মেহের কবির বিজ্ঞান-সাহিত্য পুরস্কার লাভ করেন। স্টীফেন হকিং ও নিঠুর দরদী নামে একটি বই তিনি লেখা শেষ করতে পারেননি। এ গুণী প্রফেসর ২০২০ সালে ১০ জুলাই মৃত্যুবরণ করেন। মৃত্যুকালে তিনি স্ত্রী ও দুই পুত্র সন্তান রেখে গেছেন।

অধ্যাপক শফিউল আলম তরফদার
(১৯৬৫-২০২০)

অধ্যাপক শফিউল আলম তরফদার ১৯৬৫ সালের ২ মার্চ চট্টগ্রামে জন্মগ্রহণ করেন। তাঁর পূর্বপুরুষের বাড়ি বাগেরহাট জেলার ফকিরহাটের ঘনসামপুরে। তাঁর বাবা আবদুল কাদের তরফদার (মরহুম), চট্টগ্রাম কলেজ, হাজী মোহাম্মদ মহসিন কলেজ, সরকারী সিটি কলেজ এবং আরও অনেক কলেজে গণিত বিভাগে অধ্যাপনা করে অবসর নিয়েছিলেন খাগড়াছড়ি সরকারি কলেজের অধ্যক্ষ হিসাবে। অধ্যাপক ড. শফিউল চট্টগ্রাম সরকারি উচ্চ বিদ্যালয় এবং সরকারি হাজী মোহাম্মদ মহসিন কলেজে পড়াশোনা করেন। এসএসসি (১৯৮০ সালে অনুষ্ঠিত) এবং এইচএসসি (১৯৮২ সালে অনুষ্ঠিত) উভয় পরীক্ষায় তিনি চমৎকার নম্বর সহ প্রথম বিভাগ উত্তীর্ণ হয়েছেন। তিনি চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ১৯৮৫ এবং ১৯৮৬ সালে যথাক্রমে গণিতে অনার্সসহ বিএসসি এবং এমএসসি ডিগ্রি অর্জন করেন। উভয় পরীক্ষায় তিনি প্রথম শ্রেণিতে স্থান করে নিয়েছেন।

অধ্যাপক প্রফেসর তরফদার চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের আরসিএমপিএস হতে ১৯৯৪ সালে গাণিতিক পদার্থবিজ্ঞানে (কোয়ান্টাম ফিল্ড তত্ত্ব) এমফিল ডিগ্রি অর্জন করেন। এরপর তিনি চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে প্রভাষক হিসাবে যোগদান করেন এবং ২০১৩ সালে অধ্যাপক পদে উন্নীত হন। তিনি তাঁর একাডেমিক ক্যারিয়ার জুড়ে বিভিন্ন পুরষ্কার এবং বৃত্তি পেয়েছিলেন এবং দেশে ও বিদেশে বেশ কয়েকটি সেমিনার ও সম্মেলনে অংশগ্রহণ করেছেন। সহকর্মী ও ছাত্রদের সহিত তাঁর অত্যন্ত বন্ধুত্বপূর্ণ সম্পর্ক ছিল।

অধ্যাপক তরফদার ২০২০ সালে ৬ আগস্ট চট্টগ্রামে কোভিড ১৯ সংক্রমনে মারা যান। তিনি মৃত্যুর পূর্ব পর্যন্ত চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ে গণিত বিভাগে অধ্যাপক হিসাবে কর্মরত ছিলেন। মৃত্যুকালে তিনি তাঁর মা, স্ত্রী, তিন মেয়ে, এক ভাই ও এক বোন এবং অনেক গুণগ্রাহী রেখে গেছেন।

অধ্যাপক মো: আব্দুল বাতেন (১৯৪৯-২০২০)

অধ্যাপক মো. আব্দুল বাতেন ২৫ অক্টোবর ১৯৪৯ এক সম্ভ্রান্ত মুসলিম পরিবারে জন্ম গ্রহণ করেন। তাঁর পূর্বপুরুষের বাড়ি কুমিল্লা জেলার দাউদকান্দি থানার উলুকান্দি গ্রামে। তাঁর বাবা মরহুম মো. নূর মিয়া ভূইয়া ও মাতা সাজেদা বেগম। তিনি মাসুমপুর হাই স্কুল ও হাজী আসমত কলেজ, কুমিল্লা থেকে যথাক্রমে এসএসসি ও এইচএসসি পাশ করেন। ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের অধীন কলেজ থেকে তিনি বিএসসি সম্পন্ন করেন এবং ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগ থেকে বিশুদ্ধ গণিতে এমএসসি ডিগ্রী অর্জন করেন।

তিনি ১৯৭২ সালে মুন্সিগঞ্জের হরগঙ্গা কলেজে অধ্যাপনা শুরু করেন। কর্ম জীবনের বিভিন্ন সময়ে তিনি কুমিল্লার দেবীদ্দার এস.এ. সরকারী কলেজ, চট্টগ্রাম সরকারী কলেজ এবং সোনাগাজী সরকারি কলেজে অধ্যাপনা করেন। তাছাড়া তিনি Institute of Technology, Mara, Malaysia (ISESCO)-তেও অধ্যাপনা করেছেন।

ব্যক্তিগত জীবনে তিনি ৪ কন্যা শাহীনূর আক্তার, তাহ্নমিনা আক্তার, হালিমা বেগম, আসমা উল হুসনা ও ১ ছেলে অধ্যাপক ড. মুহাম্মদ ফেরদৌসসহ অসংখ্য গুণগ্রাহী রেখে গেছেন। তাঁর সন্তানেরা সকলেই সুশিক্ষিত। ড. মুহম্মদ ফেরদৌস জাপান থেকে পিএইচডি ডিগ্রী অর্জন করে ফলিত গণিত বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ে অধ্যাপক হিসেবে কর্মরত আছেন।

অধ্যাপক বাতেন গণিতের জন্য অনেক কাজ করে গছেন। তিনি গত ২১ আগষ্ট ২০২০ মৃত্যু বরণ করেন।

অধ্যাপক সুরুজ উদ্দিন আহাম্মদ
(১৯৩১-২০২০)

অধ্যাপক সুরুজ উদ্দিন আহাম্মদ ১৯৩১ সালের ১ মার্চ নারায়নগঞ্জ জেলার রূপগঞ্জ থানাধীন ভোলানাথপুর (বর্তমান পূর্বাচল উপশহর) এর এক সম্ভ্রান্ত মুসলিম পরিবারে জন্মগ্রহণ করেন।

তিনি প্রথম বিভাগে মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হন। মাধ্যমিক পরীক্ষায় অসাধারণ কৃতিত্ব অর্জন করায় তিনি কালীচরণ স্বর্ণ পদক লাভ করেন। ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় থেকে গণিত বিষয়ে তিনি বিএসসি এবং এমএসসি ডিগ্রি অর্জন করেন।

শিক্ষা জীবন শেষ করে প্রফেসর সুরুজ উদ্দিন আহাম্মদ শিক্ষা ক্যাডারে যোগদান করেন। তিনি ঢাকা, চট্টগ্রাম, ফরিদপুর, মুন্সীগঞ্জ, পাবনা, সিলেট, টাংগাইল, গোপালগঞ্জ, ফেনী সহ দেশের বিভিন্ন সরকারি কলেজে অধ্যাপনা করেন। তিনি প্রেষণে ঢাকা শিক্ষা বোর্ডের পরীক্ষা নিয়ন্ত্রক, সচিব এবং ইন্সপেক্টর অব স্কুল এন্ড কলেজ হিসেবে দায়িত্ব পালন করেন। এছাড়া তিনি সরকারের বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি মন্ত্রণালয়ে উপদেষ্টার দায়িত্বও পালন করেন।

অধ্যাপক আহাম্মদ আন্তর্জাতিক বিভিন্ন সভা ও সেমিনারে অংশগ্রহণের উদ্দেশ্যে সুইজারল্যান্ড, ইংল্যান্ড, জাপান ও সিংগাপুর ভ্রমণ করেন।

তিনি উচ্চমাধ্যমিক ত্রিকোণমিতি, বীজগণিত ও জ্যামিতি বই এর প্রণেতা এবং মাধ্যমিক পর্যায়ের গণিত পাঠ্যবইয়ের একজন লেখক।

অধ্যাপক আহাম্মদ বাংলাদেশ গণিত সমিতির আজীবন সদস্য, ভোলানাথপুর মাতব্বরবাড়ী জামে মসজিদ এবং সুরুজউদ্দিন-জেবুন্নেসা ফাউন্ডেশন এর প্রতিষ্ঠাতা সভাপতি। এ ছাড়াও তিনি বিভিন্ন সামাজিক সংগঠনের সাথে জড়িত ছিলেন।

অধ্যাপক সুরুজ উদ্দিন আহাম্মদ ১৪ নভেম্বর ২০২০ ঢাকার একটি বেসরকারী হাসপাতালে ইন্তেকাল করেন। মৃত্যুকালে তিনি তিন পুত্র, এক কন্যা ও অসংখ্য গুণগ্রাহী রেখে গেছেন।

প্রফেসর ড. মিরাজ উদ্দীন মন্ডল (১৯৪১-২০২১)

প্রফেসর ড. মিরাজ উদ্দীন মন্ডল ১৯৪১ সালের ১১ ডিসেম্বর রাজশাহী জেলার তৎকালীন নওগাঁ মহুকুমার মহাদেবপুর থানার কাঞ্চন নামক গ্রামে জন্মগ্রহণ করেন। প্রফেসর মন্ডল ১৯৫৮ সালে ১ম বিভাগে ম্যাট্রিকুলেশন এবং ১৯৬০ সালে রাজশাহী সরকারি কলেজ থেকে ১ম বিভাগসহ মেধা তালিকায় স্থান করে নিয়ে এইচএসসি পাশ করেন। তিনি ১৯৬৩ সালে রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগ থেকে ১ম শ্রেণিতে ১ম স্থানসহ এমএসসি ডিগ্রি লাভ করেন এবং একই বছরে প্রভাষক হিসেবে উক্ত বিভাগে যোগদান করেন।

প্রফেসর মন্ডল ১৯৬৯ সালে লন্ডনের সারি বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ফ্লুইড ডাইনামিক্সে পিএইচডি ডিগ্রী অর্জন করেন। তিনি ১৯৭০ সালে জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ে গণিত বিভাগে সহযোগী অধ্যাপক পদে যোগদান করেন এবং প্রতিষ্ঠাতা সভাপতি হিসেবে দায়িত্ব পালন করেন।

প্রফেসর ড. মিরাজ উদ্দীন মন্ডল ১৯৭৭ সালে লিবিয়ার ব্রাইটস্টার ইউনিভার্সিটি অব টেকনোলজির গণিত বিভাগে প্রায় এক দশক ধরে অধ্যাপনা ও বিভাগীয় প্রধানের দায়িত্ব পালন করেন। দেশে ফিরে ১৯৯০ সালে শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে প্রফেসর পদে যোগদান করেন এবং প্রতিষ্ঠাতা সভাপতি হন। তিনি শিক্ষকতার পাশাপাশি শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়ে ডিন, সিন্ডিকেট সদস্য, প্রভোস্ট, শিক্ষক সমিতির সভাপতিসহ বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ দায়িত্ব পালন করেন। প্রফেসর মন্ডলের গণিত সমিতির সাথেও যোগাযোগ ছিল ঘনিষ্ঠ। তিনি সমিতির সহসভাপতি (১৯৯৪, ১৯৯৫) ছিলেন। সভাপতি পদত্যাগ করায় তিনি ভারপ্রাপ্ত সভাপতির দায়িত্বে ছিলেন।

তিনি ২০০২ সালে অবসরে যান এবং গত ৫ এপ্রিল ২০২১ পরলোক গমন করেন। মৃত্যুকালে তিনি স্ত্রী, এক মেয়ে এবং তিন ছেলে রেখে যান।

ব্যক্তিগত জীবনে তিনি অত্যন্ত সদালাপী ও ভালো মানুষ ছিলেন। গণিতের প্রতি ছিল তাঁর গভীর ভালোবাসা।

অধ্যাপক মো. আবদুর রহমান
(১৯৪৫-২০২১)

বাংলাদেশের প্রখ্যাত গণিতবিদ অধ্যাপক মো. আব্দুর রহমান ১৯৪৫ সালের ১ জানুয়ারি নরসিংদী জেলার মনোহরদী উপজেলার মনতলা গ্রামে জন্মগ্রহণ করেন। তার পিতার নাম মরহুম মো. আব্দুল হামিদ মুন্সী এবং মরহুমা জোবেদা খাতুন ছিলেন তাঁর মা। তিনি তাঁর শৈশব নরসিংদীতে অতিবাহিত করেন এবং কিশোরগঞ্জের সরকারি গুরুদয়াল কলেজ থেকে ১৯৬৩ সালে উচ্চমাধ্যমিক পাশ করেন।

পরবর্তীতে একই কলেজ হতে বিএসসি পাশ করে তিনি ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে ১ম পর্বে ভর্তি হন এবং তৎকালীন ইকবাল হলের আবাসিক ছাত্র হিসেবে বিশ্ববিদ্যালয় জীবন শুরু করেন, যা বর্তমানে শহীদ সার্জেন্ট জহুরুল হক হল নামে পরিচিত।

বিশ্ববিদ্যালয় জীবনে তিনি দীপ্তিময় ফলাফল অর্জন করেছিলেন, যার ফলশ্রুতিতে ১৮ই ডিসেম্বর ১৯৬৯ সালে প্রভাষক হিসাবে তাঁর প্রিয় গণিত বিভাগে যোগদান করেন। তিনি ১৯৭৮ সালে সহকারী অধ্যাপক, ১৯৮৯ সালে সহযোগী অধ্যাপক এবং ১৯৯৭ সালে অধ্যাপক হিসেবে পদোন্নতি লাভ করেন।

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে চাকুরীকালীন সময় একাধিক জার্নালে তাঁর বেশ কয়েকটি আর্টিক্যাল প্রকাশিত হয়। দেশের গণিত শিক্ষার প্রসারে এই জ্ঞানতাপস গণিতবিদের ভূমিকা অনেক। তিনি তার জীবদ্দশায় অনেক বই লিখে গণিতকে সহজতর করতে উল্লেখযোগ্য অবদান রেখেছেন।

প্রয়াত অধ্যাপক মো. আব্দুর রহমান ২০১০ সালে ৩০ জুন এলপিআর এ যান এবং পরবর্তীতে ২০১১ সালে ৩০ জুলাই সুপার নিউমারারী অধ্যাপক হিসেবে ৫ বছর গণিত বিভাগে কর্মরত থাকেন। পরবর্তীতে ২০১৬ সালে ৩০ জুলাই হতে তিনি একই বিভাগে ৩ বছর অনারারী অধ্যাপক হিসাবে কর্তব্য পালন করেন।

অত্যন্ত ধার্মিক ও আল্লাহ ভীরু অধ্যাপক মো. আব্দুর রহমান গত ৩০ এপ্রিল ২০২১ শেষ নিঃশ্বাস ত্যাগ করেন। তিনি তাঁর কাজের জন্য আমাদের মাঝে অমর হয়ে থাকবেন।

প্রফেসর ড. রশীদুল হক
(১৯৩২-২০২১)

প্রফেসর ড. রশীদুল হক ১৯৩২ সালের ১ ফেব্রুয়ারি তৎকালীন মালদহ জেলার চাঁপাইনবাবগঞ্জ থানার নামোসঙ্করবাটী গ্রামে জন্মগ্রহণ করেন। ১৯৪৭ সালে মালদহ জেলা স্কুল থেকে কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের অধীনে মালদা জেলায় প্রথম স্থান অধিকার করে তিনি ম্যাট্রিকুলেশন পাস করেন। প্রফেসর রশীদুল হক রাজশাহী কলেজ থেকে ১৯৪৯ সালে ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের অধীনে মেধা তালিকায় প্রথম স্থান অধিকার করে প্রথম বিভাগে আইএসসি পাশ করেন। এরপর প্রফেসর হক ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগ থেকে ১৯৫২ সালে বিএসসি (অনার্স) ও ১৯৫৩ সালে এমএসসি ডিগ্রী অর্জন করেন। উভয় পরীক্ষায় তিনি প্রথম শ্রেণিতে প্রথম হন। পরবর্তীতে তিনি ইংল্যান্ডের ম্যানচেস্টার বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ১৯৫৬ সালে এমএসসি (রিসার্চ) ডিগ্রি অর্জন করেন।

প্রফেসর রশীদুল হক ১৯৫৭ সালের প্রথম দিকে রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ে গণিত বিভাগে যোগদান করেন। আমেরিকার নিউ অরলিয়েন্সের টুলেন বিশ্ববিদ্যালয় থেকে তিনি ১৯৬৩ সালে টপোলজীর উপর পিএইচডি ডিগ্রি অর্জন করেন। ১৯৬৮ সালের মাঝামাঝি সময়ে তিনি চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে রিডার পদে যোগদান করে প্রতিষ্ঠাতা বিভাগীয় প্রধান হিসেবে দায়িত্ব গ্রহণ এবং বিজ্ঞান অনুষদের ডিনের দায়িত্বও পালন করেন। ১৯৭১ সালে তিনি মুক্তিযুদ্ধের পক্ষে কাজ করেন এবং ভাল সংগঠক ছিলেন। প্রফেসর রশীদুল হক ১৯৭৪ সালে লিবিয়ার ত্রিপোলীতে আল ফাতেহ্ বিশ্ববিদ্যালয়ে প্রফেসর পদে যোগদান করেন। তারপর নব্বই দশকের প্রথম দিকে তিনি আবারও রাজশাহী বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগে সুপার নিউমারারি প্রফেসর হিসেবে যোগদান করেন। ১৯৯৬ সালে আওয়ামী লীগ সরকার প্রফেসর শামসুল হকের নেতৃত্বাধীন যে শিক্ষা কমিশন গঠন করেন প্রফেসর রশীদুল হক ছিলেন তার অন্যতম সদস্য।

অত্যন্ত মেধাবী এই শিক্ষক ১৯ মে ২০২১ লন্ডনের একটি হাসপাতালে চিকিৎসাধীন অবস্থায় শেষ নিঃশ্বাস ত্যাগ করেন। মৃতুকালে প্রফেসর ড. রশীদুল হক পাঁচ কন্যা সন্তান রেখে গেছেন।

প্রফেসর মো. রমিজ উদ্দিন আহমেদ (১৯৪৯-২০২১)

অধ্যাপক মো. রমিজ উদ্দিন আহমেদ ১৯৪৯ সালে ১ জানুয়ারি জন্মগ্রহণ করেন। তিনি মাধ্যমিক পরীক্ষায় মানবিক বিভাগ হতে ১৯৬৫ সালে গণিতে লেটার মার্কস নিয়ে নিমসার উচ্চ বিদ্যালয় হতে প্রথম বিভাগে উত্তীর্ণ হন। ১৯৬৭ সালে কুমিল্লা ভিক্টোরিয়া সরকারি কলেজ হতে বিজ্ঞান বিভাগে কৃতিত্বের সাথে এইচএসসি এবং ১৯৬৯ সালে প্রথম বিভাগে বিএসসি পাশ করেন।

জীবনের শুরুতে সৈয়দপুর উচ্চ বিদ্যালয়ে কয়েক মাস গণিতের শিক্ষক হিসাবে শিক্ষকতা করেন। তিন মাস পর খোশবাস উচ্চ বিদ্যালয়ে প্রধান শিক্ষক হিসাবে দু'বছর চাকুরী করেন। ১৯৭৭-১৯৭৮ সালে চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় হতে গণিতে এমএসসি করেন এবং একই বছর বিসিএস করে কারিগরি শাখায় প্রভাষক হিসাবে যোগদান করেন। এরপর তিনি একই সাথে জেলা জনসংখ্যা অফিসার ও জেলা শিক্ষা অফিসার হিসাবে দায়িত্ব পালন করেন।

এ ছাড়াও অধ্যাপক রজিম উদ্দীন ডেপুটেশনে NCTB তে দীর্ঘ দিন গণিত ও বিজ্ঞানের রিসোর্স অফিসার হিসাবে দায়িত্ব পারন করেন। এই সময় তিনি গণিতসহ অন্যান্য প্রশিক্ষণ ম্যানুয়াল রচনা করেন এবং মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক পর্যায়ে গণিতের বইয়ের আধুনিকায়ন ও সহজতর করার কাজটি তিনিই করেন। তিনি বিএড ও এমএড ক্লাসের জন্য গণিত, পরিসংখ্যান ও বহু গ্রন্থের প্রণেতা ও বেশ কিছু প্রশিক্ষণ ম্যানুয়াল রচনা করেন।

তিনি টিচার্স ট্রেনিং কলেজ কুমিল্লা, ফেনী ও ঢাকায় সহকারী অধ্যাপক, সহযোগী অধ্যাপক ও অধ্যাপক হিসাবে নিরবচ্ছিন্নভাবে দায়িত্ব পালন করেন।

অধ্যাপক রমিজ উদ্দীন বিজ্ঞান উন্নয়ন প্রকল্পে ডিরেক্টর এর দায়িত্ব পালন করেন। তাঁর অনেক ছাত্র-ছাত্রী দেশে-বিদেশে অনেক বড় বড় পদে চাকুরী করছেন। তিনি সরকারী ব্যবস্থাপনায় পৃথিবীর বিভিন্ন দেশ ভ্রমণ করেন। ১৯৮১ সালে তিনি বাংলাদেশ সরকারের নির্দেশে জাপান ও ১৯৮৩ সালে ফিলিপাইনের শিক্ষার সাথে বাংলাদেশের তুলনামূলক শিক্ষার বিষয়ে পৃথিবীর ৩০টি দেশের গণিত ও বিজ্ঞান শিক্ষকদের প্রতিনিধিত্ব করেন। তিনি একাধারে বরিশাল সরকারি পলিটেকনিক ও সিলেট সরকারি পলিটেকনিকে গণিত ও কারিগরি ডিপার্টমেন্টের প্রধান হিসাবে দায়িত্ব পালন করেন। তারই ধারাবাহিকতায় তিনি ফেনী পলিটেকনিক ইনিষ্টিটিউট-এর অধ্যক্ষ, দিনাজপুর পলিটেকনিকের অধ্যক্ষ ও সবশেষে কুমিল্লা কোটবাড়ি সরকারি পলিটেকনিকের অধ্যক্ষ থাকা অবস্থায় অবসর গ্রহণ করেন।

শিক্ষকতা জীবনে তিনি ব্র্যাকের মাষ্টার ট্রেইনার, কনসাল্ট্যান্ট ও রিসোর্স পার্সনের দায়িত্ব পালন করেন। এ সময় তিনি বাংলাদেশ সরকারের সেকায়েপ প্রকল্পের কনসাল্ট্যান্টের দায়িত্ব পালন করেন। এ সুবাদেই তিনি বাংলাদেশের প্রত্যেকটি জেলায় গণিত ও বিজ্ঞান বিষয়ে মাধ্যমিক পর্যায়ের শিক্ষকদের প্রশিক্ষকের দায়িত্বে ছিলেন।

২৩ জুন ২০২১ অধ্যাপক রমিজ উদ্দিন আহমেদ ইহলোক ত্যাগ করেন। বাস্তব জীবনে তিনি সততা, ন্যায়নিষ্ঠা ও কর্তব্য পরায়নতার এক মূর্ত প্রতীক ছিলেন। তিনি শ্রীপুরু (চৌদ্দগ্রাম, কুমিল্লা) কাজী বাড়ির মরহুম কাজী সিরাজুল হকের মেয়ে কাজী লায়লা হককে বিয়ে করেন। তাঁর দুই ছেলে ও এক মেয়ে রয়েছে। বড় ছেলে গাজী সিকান্দর মাইনুদ্দিন আহমেদ মিম কম্পিউটার ইঞ্জিনিয়ার, ছোট ছেলে গাজী সিকান্দর বদরুদ্দীন আহমেদ রাহী টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ার ও মেয়ে মাঈশা রাদিয়া মারিয়ম মাশা ডাক্তার হিসেবে বর্তমানে বারডেমে কর্মরত। মেয়ের জামাই সেনাবাহিনীতে কর্ণেল ডাঃ মীর মোসলেম বরিশাল কেন্টনমেন্টে কর্মরত আছেন। ব্যক্তি জীবনে তিনি একজন মানবিক, ধার্মিক, নিরহঙ্কার ও সফল মানুষ ছিলেন।

এদের বিদেহী আত্মার পারলৌকিক শান্তি কামনা করি
এবং শোকাহত স্বজনদের গভীর সমবেদনা জানাই।

গণিত পরিক্রমা

লেখকদের জ্ঞাতব্য

গণিতপরিক্রমায় সাধারণত স্কুল-কলেজ ও বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্র-শিক্ষকের উপযোগী মৌলিক এবং পর্যালোচনামূলক লেখা প্রকাশিত হয়ে থাকে। বিদ্যালয় থেকে উচ্চতর পর্যায় পর্যন্ত গণিত শিক্ষার বিভিন্ন সমস্যা ও এর সমাধান সম্পর্কে সুচিন্তিত প্রবন্ধও এতে স্থান পাবে। লেখা বাংলায়, নাতিদীর্ঘ ও পরিচ্ছন্ন হওয়া বাঞ্ছনীয়।

পাশে পর্যাপ্ত মার্জিন ও প্রতি ছত্রের মাঝে উপযুক্ত ফাঁক রেখে কাগজের একপৃষ্ঠায় লিখতে হবে। প্রবন্ধে উল্লিখিত সকল পুস্তক ও প্রকাশিত প্রবন্ধ 'গ্রন্থপঞ্জি' শিরোনামে ক্রমিক নং দিয়ে সাজাতে হবে। পুস্তকের ক্ষেত্রে প্রকাশক, প্রকাশনার সন এবং প্রবন্ধের বেলায় পত্রিকার নাম, সন ও কোন্ সংখ্যার কত পৃষ্ঠায় প্রকাশিত হয়েছে তার উল্লেখ থাকতে হবে। লেখক তার লেখার পাণ্ডুলিপি যত্নের সাথে সংরক্ষণ করবেন।

প্রত্যেক লেখা সম্পর্কে রিভ্যুয়ারের মতামত গ্রহণ করা হয়ে থাকে। এ মতামতের ভিত্তিতে সম্পাদনা পরিষদ লেখাটি সরাসরি অথবা সংশোধন, পরিবর্তন, পরিমার্জন সাপেক্ষে প্রকাশনার জন্য মনোনীত করেন। রিভ্যুয়ারের মত অনুযায়ী অধিক পরিবর্তন প্রয়োজন হলে লেখা লেখকের কাছে ফেরত পাঠানো হবে।

প্রকাশিত লেখার লেখককে সংশ্লিষ্ট সংখ্যার এককপি ও দশটি রিপ্রিন্ট বিনামূল্যে দেয়া হয়ে থাকে। কিন্তু কোন সম্মানী দেয়া হয় না। পূর্বাহ্নে জানালে প্রবন্ধের প্রার্থিত সংখ্যক কপি ব্যয় মূল্যে সরবরাহ করা যেতে পারে।

লেখা পাঠানো ও যোগাযোগের ঠিকানা :

সম্পাদক
বাংলাদেশ গণিত সমিতি
এ এফ মুজিবুর রহমান গণিত ভবন
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
ঢাকা-১০০০
ফোন : ০১৪০৫-৯৫৪৫৪৮

গণিত সমিতির কার্যনির্বাহী সংসদের (২০২০-২০২১) একটি সভা